

# GDR- bilan et demande de renouvellement 2023-2027

André Belotto da Silva et Étienne Mann

December 12, 2021

## Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Organisation du GDR</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Projet</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Conférences soutenues par le GDR</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Thèses soutenues entre 2018 et 2021</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>HDR soutenues entre 2018 et 2021</b>	<b>9</b>
<b>7</b>	<b>Rapport scientifique</b>	<b>9</b>
7.1	Algèbre Commutative . . . . .	9
7.2	Topologie des singularités . . . . .	14
7.3	Singularités des variétés algébriques . . . . .	18
7.4	Aspects métriques et géométriques. Stratifications . . . . .	18
7.5	Aspects motiviques de la théorie des singularités . . . . .	21
7.6	Géométrie modérée, problèmes de finitude et singularités des champs de vecteurs . . . . .	23
7.7	Géométrie algébrique réelle . . . . .	26
7.8	Méthodes différentielles en théorie des singularités . . . . .	30
7.9	Applications . . . . .	33
<b>A</b>	<b>Laboratoires et Membres</b>	<b>34</b>

## 1 Introduction

La théorie des singularités est un domaine hétérogène qui présente à la fois des aspects algébriques, topologiques et géométriques, ainsi que des aspects plus analytiques. L'objectif principal du GDR est de favoriser les contacts entre les différentes équipes travaillant sur ces sujets. Les missions du GDR sont :

- de promouvoir et de développer les contacts entre chercheurs ainsi que d'encourager les échanges transversaux aux différents domaines.

- de soutenir les doctorants et jeunes docteurs concernant leurs déplacements et leurs participations aux colloques et workshops.
- d'encourager et de soutenir l'organisation de colloques et de workshops.
- d'organiser une rencontre annuelle du GDR.
- de soutenir la participation des membres du GDR à d'autres rencontres dans le domaine des singularités.

Dans le contexte actuel de la recherche sur projet (ERC et ANR) qui sont des projets très spécialisés avec peu de personnes, le GDR a permis au contraire de garder une cohésion de groupe en permettant à d'autres chercheurs qui n'ont pas de financement d'organiser des conférences ou mini-cours sur des thématiques qui montent. L'objectif est principalement d'éviter la dispersion et de maintenir des rapports entre les membres. Le soutien aux jeunes a permis et permettra aux jeunes de prendre confiance en eux pour déposer des projets ANR JCJC par exemple. Dans le futur, nous solliciterons les jeunes recruté(e)s pour déposer des projets.

Au niveau scientifique, les avancées ont été nombreuses et dans des sujets variés. Voici quelques résultats que nous jugeons majeurs.

- Guillaume Rond a étudié des problèmes de complexité dans les anneaux des séries algébriques ce qui lui a permis de donner des bornes sur les lacunes des séries qui apparaissent comme reste dans la division de séries algébriques due à Grauert-Hironaka-Galligo.
- André Belotto da Silva, Lorenzo Fantini et Anne Pichon ont démontré des résultats remarquables sur la géométrie Lipschitz des surfaces complexes normales.
- Adam Parusiński a démontré une conjecture de Henry et Mostowski qui dit que l'équisingularité de Zariski donne une stratification lipschitzienne dans le sens de Mostowski de hypersurfaces complexes en codimension 2.
- Max Leyton, Hussein Mourtada et Mark Spivakovsky ont montré que toute famille  $\mu$ -constante des singularités d'hypersurfaces isolées Newton non-dégénérée admet une résolution plongée simultanée.
- Avec Dennis Eriksson et Gerard Freixas, Christophe Mourougane a étudié les dégénérescences de structures de Hodge pour les familles de variétés de Calabi-Yau, notamment la formule BCOV, dans l'objectif de la symétrie miroir.
- Goulwen Fichou et Yimu Yin ont développé un analogue réel des travaux de Hrushovski-Loeser sur la fibre de Milnor motivique, étendant au passage les formules de Thom-Sebastiani connues jusque là (en réel comme en complexe).
- Raf Cluckers, Georges Comte, Dan Miller, Jean-Philippe Rolin et Tamara Servi ont obtenu une description en termes de générateurs explicites de la plus petite algèbre de fonctions contenant les fonctions sous-analytiques et leurs exponentielles complexes, stable par intégration à paramètres. De la preuve découle une description des développements asymptotiques transsériels de certaines fonctions de l'algèbre, dans l'esprit de l'étude classique des intégrales oscillantes en théorie des singularités.

Notons également que le second semestre 2021 a été très important car Javier Bobadilla et Anne Pichon ont eu une chaire Morlet au CIRM. Ils ont organisé quelques rencontres (école, workshop et conférence) et également des périodes de recherche en petit groupe qui ont permis de commencer de nombreuses nouvelles collaborations.

Dans cette demande de renouvellement, nous avons fait un renouvellement complet du comité scientifique en essayant de trouver un équilibre entre des jeunes chercheurs prometteurs et des personnes plus confirmées.

**Proposition de comité scientifique pour la période 2023-2027.**

- André Belotto da Silva (IMJ-PRG) Coordinateur du GDR
- Jean-Baptiste Campesato (Angers)
- Raf Cluckers (Lille)
- Lorenzo Fantini (Ecole Polytechnique)
- Charles Favre (Ecole Polytechnique)
- Ann Lemahieu (Nice)
- Guillaume Rond (Marseille)
- Tamara Servi (IMJ-PRG)

## 2 Organisation du GDR

### Membres et site web

Le GDR comporte 119 membres répartis dans 22 universités (cf la liste dans la dernière section). Nous avons une liste de diffusion via le cnrs qui a 184 abonnés.

Notre ancienne page web a été perdue en 2018 et nous avons fait un nouveau site web. Sur ce site, nous rappelons

- l'organisation du GDR
- Par soucis de transparence, les finances du GDR sont faites sur le site au fur et à mesure des demandes. Par exemple, nous avons les finances pour 2022 qui sont déjà prévues ici.
- La liste de diffusion
- La liste des membres
- Les archives

### Budget

Sur le budget, nous prévoyons 6 000 euros de dépense pour la rencontre annuelle et on complète avec des financements extérieurs.

1. Pour 2018, nous avons utilisé des financements sur Angers (Labex CHL, Région, LAREMA)

2. Pour 2021, c'est la chaire Morlet qui a financé une partie au CIRM
3. Pour 2022, nous allons la faire à Aussois (page web ici), l'ANR Lisa, CatAg, ERC MOTMELSUM et la Chaire IDEX UP d'André Belotto vont compléter pour arriver à 25 000 euros.

Sur les 15 000 euros de budget, nous pensons privilégier les missions des jeunes pour 2000 euros et le soutien "modeste" (maxi 1500 euros) à des conférences.

Sur la période, le budget du GDR a été complété par les projets ANR LISA dont les 11 membres sont des éléments moteurs du GDR et aussi CatAg avec 5 membres du GDR.

Notons également que Raf Cluckers (MOTMELSUM) et Bertrand Toën (NEDAG) ont reçu chacun une ERC Consolidator sur la période, et André Belotto da Silva a reçu une Chaire IDEX UP de l'Université de Paris.

### Diversité et Parité

Le GdR est engagé à promouvoir la diversité et nous encourageons activement les chercheurs de groupes traditionnellement sous-représentés à participer à l'organisation du GdR et de toutes les activités financées par le projet. En particulier, nous avons fait attention lors du renouvellement scientifique de solliciter des chercheuses, reconnues pour leur excellence scientifique, pour en faire partie. Lors des conférences annuelles et des conférences soutenues, nous faisons attention de trouver des oratrices. Lors de chaque bilan annuel, nous avons souligné ces pourcentages et nous ne les rappelons pas dans ce document.

### Relations internationales

A l'international, le GDR encourage les invitations à l'international en les faisant passer de façon prioritaire. La chaire Morlet de Javier Bobadilla a consolidé les liens avec l'Espagne. Hors Europe, nous avons des contacts réguliers et privilégiés avec le Brésil et le Mexique.

## 3 Projet

**Choix des thématiques pour la rencontre annuelle.** Dans les prochaines rencontres annuelles, nous avons pensé faire des mini-cours sur les sujets suivants. Les trois premiers seront les thèmes pour 2022. Pour chacun de ces thèmes, nous mettons des noms qui pourraient changer. Nous avons privilégié un mixte entre membres français du GDR et aussi des membres étrangers qui pourraient venir apporter leurs expertises et nouer de futures collaborations. Dans ces choix de thématiques, nous avons inclus les jeunes pour choisir des thématiques qui les intéressent pour avoir de nouvelles idées.

- La **géométrie logarithmique** est apparue comme un outils techniques dans différents articles récents des membres du GDR. (orateur : Patrick Popescu-Pampu)
- L'utilisation de **techniques non archimédiennes** pour résoudre des problèmes en singularités par exemple des théorèmes de comptages. (orateur (rice): Lorenzo Fantini et Enrica Mazzon)
- Le **programme minimal** (MMP) commence à avoir une importance grandissante en singularités. (orateur: Calum Spicer)
- La **Dynamique complexe** a fait des progrès remarquables avec des résultats de Charles Favre et Dang-Bac.
- La **conjecture de Zariski** a été annoncée durant le semestre de la chaire Morlet par Pelka et Bobadilla et nous voudrions organiser une mini-cours sur ce sujet.

- **Feuilletages complexes singuliers** sont aussi un sujet porteur du moment, notamment avec des idées de géométrie dérivée de Toën et Vezzosi.
- **La géométrie modérée** qui combine l'analyse complexe, les équations différentielles nous semblent aussi un sujet en devenir. (Gal Binyamini)

### Axes de recherche et des responsables

1. Singularité, Aspects Motiviques et analytiques : Michel Raibaut ;
2. Singularité et Algèbre commutative : Guillaume Rond ;
3. Singularité, Combinatoire et Topologie : Ann Lemahieu ;
4. Singularité et Dynamique : Charles Favre ;
5. Singularité et Géométrie algébrique complexe : Lorenzo Fantini ;
6. Singularité et Géométrie différentielle : André Belotto da Silva ;
7. Singularité et Géométrie réelle : Jean-Baptiste Campesato ;
8. Singularité, Géométrie modérée et arithmétique : Raf Cluckers ;
9. Singularité, Géométrie modérée et équations différentielles : Tamara Servi.

### Résumé scientifique

Depuis quelques années, l'introduction de techniques nouvelles, telles que la géométrie logarithmique, le programme de modèle minimal, la géométrie tropicale, l'homologie de Heegaard-Floer, a donné lieu à des avancées frappantes en théorie des singularités. Par exemple, on peut penser aux nouvelles méthodes de résolution des singularités d'idéaux développées par McQuillan et Marzo et par Abramovich, Temkin et Włodarczyk, aux avancées sur le problème de Nash en dimension arbitraire par de Fernex et Docampo ou encore aux annonces récentes des résolutions de la conjecture des fibres de Milnor de Neumann et Wahl par Cueto, Popescu-Pampu et Stephanov et de la conjecture de multiplicité en famille de Zariski par Bobadilla et Pelka.

Le premier objectif de ce GdR est de développer ultérieurement les interactions entre ces sujets et la théorie des singularités. Plusieurs membres du GdR s'intéressent de plus en plus à ces points de vue et nous nous attendons des avancées dans plusieurs directions telles que l'étude logarithmique des fibres de Milnor (topologiques mais aussi motiviques mais aussi des lissages des singularités algébriques réelles à l'aide de la géométrie tropicale, la constructions de modèles métriques pour les germes singuliers des variétés de dimension trois ainsi que l'étude bilipschitzienne des singularités du MMP. Afin d'atteindre cet objectif nous allons organiser des rencontres, des groupes de travail et des écoles d'été autour de ces thèmes ; une attention particulière sera portée à la formation des jeunes chercheurs du groupe, doctorants et post-doctorants en premier lieu pour les inviter à présenter leurs travaux et les soutenir dans leurs missions.

Le deuxième objectif est la poursuite du développement et de l'exploration de certains problèmes plus anciens et plus classiques qui sont présentés dans le rapport ci-joint, comme par exemple :

- les questions concernant l'uniformisation locale, la théorie des valuations et les séries de Laurent algébriques ;

- l'étude de la géométrie bilipschitz des germes de singularités d'espaces complexes ou réels ;
- le développement de l'étude des anneaux de fonctions continues rationnelles et de fonctions régulières en géométrie algébrique réelle ;

Le troisième objectif est de continuer à développer les interactions entre la théorie des singularités et les domaines voisins de la géométrie algébrique et différentielle, topologie, dynamique, analyse et logique. La communauté des membres du GdR est déjà extrêmement active sur ces sujets. Par exemple, les liens entre la géométrie modérée et la théorie des singularités, qui remontent au moins aux travaux influents de Denef et Van den Dries sur l'élimination des quantificateurs dans le cadre  $p$ -adique et la rationalité des séries de Poincaré associées à des variétés  $p$ -adiques, ont mené ensuite au développement de l'intégration motivique. De nombreux travaux en cours de nos membres visent à clarifier le lien entre la résolution des singularités et l'analyse asymptotique, dans le cadre de classes de fonctions dont la géométrie est modérée. En outre, les travaux récents sur les stratifications de Halupczok et Yin via la théorie des modèles sont très activement étudiés par nos membres. En dynamique, Gignac et Ruggiero ont étendu les travaux de Jonsson et Favre au cas des singularités normales de surfaces. Enfin, la preuve par Belotto da Silva, Figalli, Parusiński et Rifford de la Conjecture de Sard forte en géométrie sous-Riemannienne pour les variétés analytiques tridimensionnelles ouvre la porte à des nouvelles interactions entre singularités et théorie du contrôle qui vont être développées prochainement.

## 4 Conférences soutenues par le GDR

On a perdu le site web en 2018 et du coup, nous avons perdu les données d'avant notamment, les conférences soutenues en 2018. De mémoire, on avait 6-8 conférences soutenues en 2018. En 2018 En 2019

1. Zeta functions 7, au CIRM du 2 au 6 décembre 2019
2. Singularités réelles et complexes à Cargèse du 29 avril au 3 mai 2019
3. Nash blow-up and Semple tower, Leuven, June 3-7,
4. Rencontre annuelle GDR 1-5 april, Angers
5. Lefschetz Properties in Algebra, Geometry and Combinatorics II, 14-18 October 2019
6. Rencontre annuelle ANR LISA en juin 2019:
7. Arc schemes and algebraic group actions, 2 - 4 Décembre :
8. Hilbert schemes, McKay correspondence and singularities, 16 - 18 Décembre:

En 2020

1. Winter braids X 17-24 February, 2020
2. Rencontre annuelle GDR, 23-27 novembre, Paris

En 2021

1. Algebraic Geometry for Alexandru Dimca, October 11-14 2021, Ischia
2. Fifth International Workshop on Zeta Functions in Algebra and Geometry, May 3-7, 2021 Nice (reporté au 2-6 mai 2022)
3. Ecole Winterbraids à Dijon en automne 2021
4. Conference in enumerative, real and birational geometry 6-10 June 2022 Le Croisic
5. Faces of Singularity Theory, 22-26 November 2021, CIRM, rencontre GDR

## 5 Thèses soutenues entre 2018 et 2021

### En 2018

1. Miruna Ștefana Sorea, dir. Arnaud Bodin et Patrick Popescu-Pampu, *Les formes des lignes de niveau des polynômes réels près d'un minimum local strict*, Lille, Octobre 2018
2. Pierre Villemot, dir. Georges Comte, *Lemme de zéros et distribution des valeurs des fonctions méromorphes*, Chambéry, Novembre 2018.
3. Kien Huu Nguyen, dir. Raf Cluckers, *Uniform rationality of Poincaré series of  $p$ -adic equivalence relations and Igusa's conjecture on exponential sums*, Lille, mai 2018.
4. Saskia Chambille, dir. Raf Cluckers et Willem Veys, *Exponential sums, cell decomposition and  $p$ -adic integration*, Lille et Leuven, septembre 2018.
5. Alexander Lemmens, dir. Raf Cluckers et Wouter Castryck, *Combinatorial aspects of syzygies of toric surfaces*, Leuven (Belgique), mai 2018.
6. Victor Saavedra, dir. Fuensanta Aroca et Guillaume Rond, *Cierres algebraicos del anillo del campo de funciones racionales*, UNAM (Mexique), février 2018.
7. Matthieu Kochersperger, dir. Claude Sabbah, *Cycles proches, cycles évanescents et théorie de Hodge pour les morphismes sans pente*, Palaiseau, juillet 2018.
8. Nicolas Martin, dir. Claude Sabbah, *Convolution intermédiaire et théorie de Hodge*, Palaiseau, juillet 2018.
9. Youenn Bidet, dir. Goulwen Fichou et Ronan Quarez, *Certificats de positivité pour les fonctions rationnelles continues*, Rennes, juillet 2018
10. Eva García Llorente, dir. Isabel Bermejo Díaz, Ignacio García Marco, Universidad de La Laguna, Tenerife, Espagne. Estudio y cálculo de la regularidad de Castelnuovo-Mumford y otros invariantes de álgebras graduadas de dimensión dos. Partiellement encadré par Marcel Morales.
11. Julie Decaup, dir. Mark Spivakovsky, *Uniformisation locale simultanée par monomialisation d'éléments clefs*, Toulouse, juillet 2018.

### En 2019

12. Pooneh Afsharijoo, dir. Hussein Mourtada, *Looking for a new version of Gordon's identities, from algebraic geometry to combinatorics through partitions*, Paris, Mai 2019.
13. Alexis Roquefeuil, dir. Etienne Mann, *Confluence of quantum K-theory to quantum cohomology for projective spaces*, Angers, Septembre 2019.
14. Octave Curmi, dir. Patrick Popescu-Pampu, *Topologie des lissages de singularités non-isolées de surfaces complexes*, Lille, Juin 2019.
15. Hellen Santana, dir. Nicolas Dutertre, Nivaldo Grulha et David Trotman, *Euler obstruction and generalizations*, Marseille et Sao Carlos, Décembre 2019.

#### **En 2020**

16. Lars Andersen, dir. Georges Comte / co-dir. Michel Raibaut, *Sur la topologie des singularités réelles*, Chambéry, Décembre 2020.
17. Mohadeseh Vakili, dir. Krzysztof Kurdyka / co-dir. Olivier Le Gal, *Singularités des familles linéaires de matrices symétriques*, Chambéry, Décembre 2020.
18. Hassen Cherih, codir. Vladimir Kostov et Yomna Rébaï, *Polynômes à une variable et signes de leurs coefficients et racines réelles*, Septembre 2020 (soutenance par téléconférence).
19. Mercedes Haiech, dir. David Bourqui et Julien Sebag, *Étude algébrique des systèmes d'équations différentielles polynomiales d'ordre arbitraire*, Rennes, septembre 2020
20. Mario Moran Canon, dir. Julien Sebag, *Etude schématique du schéma des arcs*, Rennes, juillet 2020
21. Seny Diatta, dir. Daouda Niang Diatta, Guillaume Moroz, Marie-Françoise Roy, *Topologie de courbes algébriques planes et projection de surfaces analytiques réelles*, Ziguinchor (Sénégal), janvier 2020

#### **En 2021**

22. Andrei Bengus-Lasnier, dir. Hussein Mourtada, *Diskoids and extensions of valuations*, Paris, 2021.
23. David Kern, dir. Etienne Mann, *Théorie de quasi-applications catégorifiée des champs de Deligne–Mumford dérivés*, Angers, Septembre 2021
24. Rémy Nguyen, dir. Georges Comte, *Polynôme de Poincaré virtuel d'une formule semi-linéaire générique*, Chambéry, Juin 2021.
25. Siegfried Van Hille, dir. Raf Cluckers et Willem Veys, *Parametrizations of power-subanalytic sets*, Leuven (Belgique), juillet 2021.
26. Axel Supersac, dir. Igor Reider et Daniel Naie, *Invariants des variations infinitésimales de structures de Hodge et géométrie des surfaces de type général*, Angers, Décembre 2021
27. Nestor Djintelbe, dir. Michel Coste, Seydou Moussa et Salomon Sambou, *Compactification du groupe des déplacements de l'espace et utilisation de points à l'infini dans des problèmes de cinématique*, Ziguinchor (Sénégal), octobre 2021



## 6 HDR soutenues entre 2018 et 2021

Nous avons eu 5 soutenances d'HDR

1. Mickaël Matusinski, *Séries formelles et méthodes transcendantes en géométrie modérée*, Université de Bordeaux, mars 2020.
2. Hussein Mourtada, *Approches géométriques de la résolution des singularités et des partitions des nombres entiers*, Décembre 2020.
3. André Belotto da Silva, *Singularités, feuilletages et applications à la géométrie quasi-analytique et sous-riemannienne*, Université d'Aix-Marseille, janvier 2021.
4. Michel Raibaut, *Analyse et Géométrie non-archimédiennes, Fronts d'ondes et Singularités*, Université Savoie Mont Blanc, juin 2021.
5. Ronan Terpereau, *Study of certain families of algebraic varieties endowed with an algebraic group action*, Université de Bourgogne, octobre 2021.

## 7 Rapport scientifique

### 7.1 Algèbre Commutative

#### 7.1.1 Désingularisation, théorie des valuations et uniformisation locale

Evelia García Barroso, Pedro González Pérez, Patrick Popescu-Pampu et Matteo Ruggiero généralisèrent un théorème de Płoski, prouvant que certains produits de nombres d'intersections à la Mumford définissent des ultramétriques sur des ensembles de germes de courbes irréductibles tracés sur une singularité normale de surface. Ils ont montré comment ces ultramétriques donnent accès à la structure des graphes duaux des résolutions de la singularité de surface. Ils ont étendu leur définition à des espaces de valuations, ce qui leur permit de donner une nouvelle description de l'entrelacs non-archimédien de la singularité.

- Evelia García Barroso, Pedro González Pérez et Patrick Popescu-Pampu, *Ultrametric spaces of branches on arborescent singularities*. Dans *Singularities, Algebraic Geometry, Commutative Algebra and Related Topics. Festschrift for Antonio Campillo on the Occasion of his 65th Birthday*. G.-M. Greuel, L. Narvaéz and S. Xambo-Descamps eds. 55–106. Springer, 2018.
- Evelia García Barroso, Pedro González Pérez, Patrick Popescu-Pampu et Matteo Ruggiero, *Ultrametric properties for valuation spaces of normal surface singularities*. Trans. Amer. Math. Soc. 372 No. 12 (2019), 8423–8475.

Comme application du program des modèles minimaux et utilisant des log-résolutions, Raf Cluckers, Mircea Mustață et Kien Nguyen ont démontré la conjecture d'Igusa pour les sommes exponentielles pour les singularités non-rationnelles.

- Raf Cluckers, Mircea Mustață et Kien Huu Nguyen *Igusa's conjecture for exponential sums: optimal estimates for non-rational singularities*. Forum of Mathematics, Pi, Vol. 7, No. e3, (2019) 28 pp.

André Belotto da Silva, Edward Bierstone, Vincent Grandjean et Pierre Milman ont démontré une résolution des singularités du faisceau cotangent pour les variétés algébrique et analytiques tridimensionnelles. Pour démontrer leur résultat, ils ont introduit des techniques de résolution des singularités pour des idéaux de Fitting logarithmiques.

- André Belotto da Silva, Edward Bierstone Vincent Granjean and Pierre Milman, *Resolution of singularities of the cotangent sheaf of a singular variety*, Advances in Mathematics, Volume 307, (2017), 780-832 pp.

Lorenzo Fantini a étudié de manière systématique un espace de valuations associé à une variété singulière, son entrelacs non-archimédien, en utilisant des techniques de géométrie de Berkovich, et s'en est servi pour donner une nouvelle caractérisation des valuations essentielles de Nash d'une surface singulière normale. Lorenzo Fantini, Charles Favre et Matteo Ruggiero ont ensuite obtenu des caractérisations des singularités sandwich de surfaces en termes de la géométrie et de la structure analytique de leurs entrelacs non-archimédiens, ainsi que de leurs entrelacs complexes. Dans un travail avec William Gignac, Matteo Ruggiero a décrit la dynamique induite par un germe d'endomorphisme non-inversible sur des germes de surfaces singulières normales, en étudiant sur les entrelacs non-archimédiens de ces dernières les propriétés d'intersection de fonctionnels associés à certaines valuations et  $b$ -diviseurs.

- Lorenzo Fantini. *Normalized Berkovich spaces and surface singularities*. Transactions of the American Mathematical Society, 370(11), 7815–7859, 2018.
- Lorenzo Fantini, Charles Favre et Matteo Ruggiero. *Links of sandwiched surface singularities and self-similarity*. Manuscripta Mathematica, 162(1-2), 23–65, 2020.
- William Gignac et Matteo Ruggiero. *Local dynamics of non-invertible maps near normal surface singularities*. À paraître dans Memoirs of the AMS.

Vincent Cossart et Olivier Piltant ont prouvé la conjecture de désingularisation de Grothendieck en dimension 3. Ils ont notamment établi l'existence d'un modèle entier partout régulier pour les surfaces régulières définies sur un corps de nombres ou sur un corps complet pour une valuation discrète. Vincent Cossart, Olivier Piltant et des collaborateurs étrangers ont écrit un Lecture Note sur le problème général de la désingularisation avec une application aux surfaces, ils ont aussi établi des résultats fins sur les invariants des singularités.

- Vincent Cossart et Olivier Piltant. *Resolution of singularities of arithmetical threefolds*, J. Algebra 529 (2019), 268–535.
- Vincent Cossart et Bernd Schober. *Characteristic polyhedra of singularities without completion: part II*. Collectanea Mathematica 1–42 2020.
- Vincent Cossart, Uwe Jannsen et Shuji Saito. *Desingularization: Invariants and Strategy*, Lecture Notes in Mathematics 2270, 2020.

Josnei Novacoski et Mark Spivakovsky ont démontré que l'existence de l'uniformisation locale le long des valuations de rang 1 implique le théorème d'uniformisation locale en toute généralité (c'est-à-dire, pour les valuations de rang arbitraire).

Mark Spivakovsky a rédigé le chapitre sur la résolution des singularités pour le nouveau Handbook of Geometry and Topology of Singularities publié chez Springer.

- J. Novacoski et M. Spivakovsky, *Reduction of local uniformization to the case of rank one valuations for rings with zero divisors*, Michigan Mathematics Journal, vol. 66, Issue 2, 2017, pages 277-293.
- M. Spivakovsky, *Resolution of Singularities: an Introduction*, Handbook of Geometry and Topology of Singularities I, Springer International Publishing, pp.183-242, 2020,

Dale Cutkosky, Hussein Mourtada, Bernard Teissier ont donné un algorithme qui permet de déterminer les suites génératrices d'une large classe d'extensions de valuations rationnelles ; la suite génératrice, quand elle est finie, encode une uniformisation locale torique plongée de la valuation. Depuis la fin des années 80, le seul cas où ces suites génératrices ont été compris est le cas des valuations dominant un anneau régulier local de dimension 2. Ce travail a aussi permis de déterminer au niveau des anneaux, une condition nécessaire et suffisante de l'existence du défaut d'une extension de valuation, qui est la bête noire du problème d'uniformisation locale. Dale Cutkosky et Hussein Mourtada avait montré qu'en caractéristiques positives, le défaut est la seule obstruction à l'uniformisation locale. Par ailleurs, Mourtada a démontré qu'en dimension 2, les suites génératrices des valuations divisorielles sont codées dans les équations des espaces de jets; ce résultat est utilisé pour donner une approche de la résolution des singularités par un seul morphisme torique.

- Dale Cutkosky, Hussein Mourtada, Bernard Teissier, *On the construction of valuations and generating sequences on hypersurface singularities*, Algebraic Geometry 8 (6) (2021) 705–748.
- Dale Cutkosky, Hussein Mourtada, *Defect and Local Uniformization*, Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A Mat. RACSAM 113 (2019), no. 4, 4211–4226.
- Hussein Mourtada, *Jet schemes and generating sequences of divisorial valuations in dimension two*, Michigan Math. J., Volume 66, Issue 1 (2017), 155–174.

Edward Bierstone et Adam Parusiński ont donné des réponses assez simples à deux questions de longue date en géométrie réelle-analytique, sur le lissage global d'un ensemble subanalytique, et sur la transformation d'une application analytique réelle propre à une application avec des fibres équidimensionnelles par un éclatement global. Ils montrent que la deuxième question a une réponse négative, en général, et que le premier problème a néanmoins une solution positive.

- E. Bierstone, A. Parusiński, *Global smoothing of a subanalytic set*, Duke Math. J. **167**, 3155–3128, (2018).

Andrei Bengus-Lasnier a considéré des objets "géométriques", les discoïdes, qui conjecturalement encodent les valuations tronquées (des valuations résiduellement transcendantales) d'une façon univoque, contrairement aux techniques connues qui encodent les extensions comme les polynômes clés et les paires minimales. Il a démontré cette conjecture pour les valuations de rang 1 et lorsque ces dernières sont les extensions de corps valués henséliens. Il a aussi peaufiné la relations entre les polynômes clés abstraits (de Spivakovsky et al.) et les paires minimales.

- Andrei Bengus-Lasnier, *Minimal pairs, truncations and diskoids*, Journal of Algebra Volume 579, 1 August 2021, Pages 388–427.

Ana Belén de Felipe et Bernard Teissier ont donné une preuve constructive d'un théorème fondamental de la théorie des corps valués: le hensélisé d'un anneau de valuation est un anneau de valuation ayant le

même groupe de valeurs. La preuve permet de comprendre pourquoi si le groupe des valeurs est préservé lors de la hensélisation, le semigroupe des valeurs que prend la valuation sur un sous-anneau local régulier birationnellement dominé par l’anneau de valuation ne l’est pas. Cutcosky avait découvert ce phénomène sur des exemples.

- A. de Felipe and B. Teissier, Valuations and Henselization. *Math. Annalen* 377 (2020) No. 3-4, 935-967.

### 7.1.2 Méthodes algébriques

Etant donné une série formelle  $f(x, y)$  irréductible s’annulant à l’origine, un théorème d’inversion classique d’Abhyankar et Zariski des années 1960 exprime les exposants caractéristiques des séries de Newton-Puiseux associées  $x(y)$  et termes de ceux des séries  $y(x)$ . En fait un résultat plus fort était connu dès les années 1870 : Halphen et Stolz avaient montré que l’on pouvait aussi relier les coefficients associés à ces exposants. Evelia García Barroso, Pedro González Pérez et Patrick Popescu-Pampu donnèrent deux nouvelles preuves de ce théorème d’inversion de Halphen et Stolz, et l’étendirent aux séries quasi-ordinaires en dimension quelconque.

- Evelia García Barroso, Pedro González Pérez et Patrick Popescu-Pampu, *Variations on inversion theorems for Newton-Puiseux series*. *Math. Annalen* 368 (2017) No. 3-4, 1359–1397.

Martin Weimann et Adrien Poteaux ont développé un algorithme qui, étant donné un polynôme séparable  $F \in \mathbb{K}[[x]][y]$  de degré  $d$ , avec  $\mathbb{K}$  corps de caractéristique 0 ou  $> d$ , calcule la partie singulière des séries de Puiseux de  $F$  avec  $\tilde{O}(d\delta)$  opérations dans  $\mathbb{K}$  où  $\delta$  est la valuation du discriminant. C’est une approche ”diviser pour régner”, basée sur une analyse fine de la précision requise pour mener les calculs. Un premier corollaire est un algorithme de factorisation rapide dans  $\mathbb{K}[[x]][y]$ . Un second corollaire est le calcul des parties singulières des séries de Puiseux au-dessus de tous les points critiques d’un polynôme  $F \in \mathbb{K}[x, y]$  de degré  $d$  sans facteurs carrés avec un coût  $\tilde{O}(d^3)$ . Les parties singulières contiennent les invariants usuels attachés aux singularités (exposants caractéristiques, ramification, degré résiduel). En particulier, le genre d’une courbe plane de degré  $d$  se calcule avec un coût  $\tilde{O}(d^3)$ , équivalente au coût du calcul du discriminant de  $F$ .

- Adrien Poteaux et Martin Weimann. *Computing Puiseux series: a fast divide and conquer algorithm*. *Ann. Henri Lebesgue*, 4 (2021), 1061–1102.

Michel Hickel et Mickaël Matusinski se sont intéressés à la description des séries de Puiseux algébriques en une et en plusieurs variables en caractéristique 0. D’une part, ils ont montré que l’algébricité d’une telle série, à degrés bornés, est déterminée par un nombre fini de formules polynomiales universelles explicites. D’autre part, étant donné un polynôme annulateur, ils fournissent une formule close explicite pour décrire les coefficients de la partie finale d’une série solution en fonction des coefficients du polynômes et de ceux d’une partie initiale de longueur bornée de cette même série. Ils en déduisent une paramétrisation rationnelle explicite de l’espace des séries de Puiseux algébriques de degrés bornés à l’intérieur des séries de Puiseux formelles.

- Michel Hickel and Mickaël Matusinski. On the algebraicity of Puiseux series. *Rev. Mat. Complut.*, 30(3) :589–620, 2017.
- Michel Hickel and Mickaël Matusinski. About algebraic Puiseux series in several variables. *J. Algebra*, 527 :55–108, 2019.

Guillaume Rond, dans plusieurs travaux, s'est intéressé à décrire la clôture algébrique du corps des séries formelles en plusieurs variables  $\mathbb{K}_n := k((x_1, \dots, x_n))$  sur un corps de caractéristique zéro. Dans un premier travail il a développé le point de vue qui consiste à construire des corps algébriquement clos en complétant d'abord  $\mathbb{K}_n$ . Il a en particulier obtenu une généralisation du théorème d'Abhyankar-Jung pour les polynômes dont le discriminant est un polynôme quasi-homogène fois une unité. Ensuite, dans 2 travaux, l'un en collaboration avec F. Aroca, puis avec F. Aroca et J. Decaup, il a donné des conditions pour que des séries de Laurent soient algébrique sur  $\mathbb{K}_n$ . Ils ont aussi étudié le cas de la caractéristique positive.

- Guillaume Rond, *About the algebraic closure of the field of power series in several variables in characteristic zero*, J. Singul., 16, (2017), 1-51.
- Fuensanta Aroca, Guillaume Rond, *Support of Laurent series algebraic over the field of formal power series*, Proc. London Math. Soc., 118, 3 (2019), 577-605.
- Julie Decaup, Fuensanta Aroca, Guillaume Rond, *The minimal cone of an algebraic Laurent series*, Math. Annalen, à paraître.

M. Granger utilise la déformation sur une courbe monomiale d'un germe irréductible due à B. Teissier pour décrire de nouveaux cas de germes irréductibles non intersections complètes mais intersection complètes ensemblistes

- Michel Granger et Mathias Schulze *Deforming monomial space curves into set-theoretic complete intersection singularities*. Journal of Singularities, volume 17 (2018), 413-427.

Abdallah Assi étudie les courbes algébriques ayant une seule place à l'infini via l'arithmétique des semi-groupes associés et leurs idéaux. Il utilise les polynômes quasi-ordinaires pour associer à une hypersurface un semi-groupe dans le but d'étudier le problème du plongement d'un hyperplan dans l'espace affine. Il étudie aussi, dans le même but, les bases canoniques associées à une algèbre sur un corps algébriquement clos de caractéristique zéro.

- Ali Abbas, Abdallah Assi, Pedro A. García Sánchez, *Canonical bases of modules over one dimensional k-algebras*, RACSAM 113 (2019), 1121-1139.
- Abdallah Assi, Hassane Abbas, Mohammed Ghabries, Bassam Mourad, *A proof of a conjectured determinantal inequality*, Linear Algebra and its Applications 605 (2020), 21-28.
- Abdallah Assi, Marco D'Anna et Pedro A. García, *Numerical semigroups and applications*, Livre, seconde édition élargie, RSME Springer Series (2020)
- Abdallah Assi, *On canonical bases of a formal K-algebra* Journal of Algebra and its Applications, doi:10.1142/S0219498822501626
- Ali Abbas, Abdallah Assi, *Semigroup associated with a free polynomial*, avec A. Abbas Journal of Algebra 582 (2021), 57-72.

Marcel Morales étudie les singularités des variétés toriques du point de vue algébrique, le blow-up par l'anneau de Rees, la fibre spéciale. Récemment il a décrit la décomposition irréductible des puissances de l'idéal d'un graphe grâce à des notions combinatoires dans la théorie de graphes. Il participe à l'encadrement de jeunes docteurs en Algèbre Commutative au Vietnam. Actuellement il travaille sur des aspects algébriques autour du Coin exchange problem de Frobenius.

- Morales M. (2018) *Simplicial Toric Varieties Which Are Set-Theoretic Complete Intersections*. In: Tu CUONG N., Tuan HOA L., Viet TRUNG N. (eds) *Commutative Algebra and its Interactions to Algebraic Geometry*. Lecture Notes in Mathematics, vol 2210. Springer, Cham.
- Marcel Morales, Nguyen Thi Dung. *Irreducible Decomposition of powers of edge ideals*, Mars 2020, Journal of Algebra 556(10).
- Isabel Bermejo, Eva Garcia Llorente, Ignacio Garcia Marco, Marcel Morales *Noether resolutions in dimension 2*. May 2019 ACM Communications in Computer Algebra.

### 7.1.3 Séries algébriques et aspects algébriques

Les anneaux de séries algébriques jouent un rôle important en géométrie analytique locale et ont des propriétés de finitude que n'ont pas les anneaux de séries convergentes. Guillaume Rond a étudié différents problèmes de complexité dans les anneaux de séries algébriques : division et préparation de Weierstrass, et ideal membership problem. Cela lui a permis de donner des bornes sur les lacunes des séries qui apparaissent comme reste dans la division de séries algébriques due à Grauert-Hironaka-Galligo. Ensuite, dans un travail en collaboration avec Julie Decaup et Fuensanta Aroca, il a montré comment filtrer effectivement ces anneaux de séries algébriques par des ensemble constructibles de dimension finie.

- Guillaume Rond, *Local zero estimates and effective division in rings of algebraic power series*, J. Reine Angew. Math., 737 (2018), 111-160.
- Julie Decaup, Fuensanta Aroca, Guillaume Rond, *Finiteness results concerning algebraic power series*, J. Pure Appl. Algebra, 225 (2021), no. 6, Paper No. 106627, 13 pp.

## 7.2 Topologie des singularités

### 7.2.1 Courbes planes, hypersurfaces, singularités quasi-ordinaires

Evelia García Barroso, Pedro González Pérez et Patrick Popescu-Pampu ont montré comment des objets combinatoires bidimensionnels, les lotus, permettent d'unifier tous les types de graphes introduits auparavant pour décrire la combinatoire (ou le type topologique plongé dans le cas complexe) d'une singularité de courbe plane réduite : les diagrammes d'Enriques et les graphes duaux des résolutions plongées, les arbres de Kuo-Lu et d'Eggers-Wall associés à leurs séries de Newton-Puiseux, ainsi que leurs diagrammes d'épissage. Ils ont aussi montré que l'arbre valuatif de Favre et Jonsson (ou entrelacs non-archimédien) d'un germe de surface lisse s'identifie naturellement à la limite projective des arbres d'Eggers-Wall des singularités de courbes portées par le germe.

- Evelia García Barroso, Pedro González Pérez et Patrick Popescu-Pampu, *The valuative tree is the projective limit of Eggers-Wall trees*. Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas 113 No. 4 (2019), 4051–4105.
- Evelia García Barroso, Pedro González Pérez et Patrick Popescu-Pampu, *The combinatorics of plane curve singularities. How Newton polygons blossom into lotuses*. Dans *Handbook of Geometry and Topology of Singularities I*, J.-L. Cisneros Molina, D.T. Lê, J. Seade eds., pp. 1–150. Springer, 2020.

Pierrette Cassou-Noguès et Michel Raibaut donnent une expression en termes de polygones de Newton itérés des cycles proches motivique à l’infini d’un polynôme  $f$  général en deux variables. Dans le cas où  $f$  est à coefficients complexes et à singularités isolées, ils en déduisent une formule à la Kouchnirenko de la caractéristique d’Euler de la fibre générique de  $f$  et de ces invariants de non-équisingularité à l’infini ainsi qu’un algorithme de calcul de l’ensemble de bifurcation de  $f$ .

- Pierrette Cassou-Noguès et Michel Raibaut, *Newton transformations and motivic invariants at infinity of plane curves*. Mathematische Zeitschrift, 299 (2021), no 1-2, 591-669.

Soit  $F \in \mathbb{K}[[x]][y]$  un polynôme de Weierstrass défini sur un corps (non nécessairement algébriquement clos) de caractéristique ne divisant pas  $\deg(F)$ . Martin Weimann et Adrien Poteaux ont développé un algorithme ”à la Abhyankhar-Moh”, basé sur les racines approchées, qui permet de tester si  $F$  est pseudo-irréductible (classe de polynômes contenant strictement les polynômes irréductibles) en temps quasi-linéaire en la valuation du discriminant. Ils montrent que leur algorithme permet en fait de calculer avec la même complexité le type d’équisingularité (donc la classe topologique si  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ ) d’un germe pseudo-irréductible.

- Adrien Poteaux et Martin Weimann, *A quasi-linear irreducibility test in  $K[[x]][y]$* , hal-02354929v1.
- Adrien Poteaux et Martin Weimann, *Computing the equisingularity type of a pseudo-irreducible polynomial*, AAECC 31 (2020) 435–460.

Hussein Mourtada et Bernd Schober ont associé à une un germe de singularités d’hypersurface un invariant via des polyèdres de Hironaka (qui sont des projections de polyèdres de Newton) et des plongements successifs dans des espaces affines de dimensions de plus en plus grandes ; cet invariant permet de détecter les singularités quasi-ordinaires d’hypersurfaces et est un invariant complet du type topologique de ces singularités.

- Hussein Mourtada, Bernd Schober, *A polyhedral characterization of quasi-ordinary singularities*, Moscow Math. J. 18 (2018), no. 4, 755–785.

## 7.2.2 Espaces d’arcs

Etant donné un germe de surface complexe lisse, on peut définir une relation d’ordre partielle sur l’ensemble de ses points infiniment voisins, en regardant à la Nash les inclusions entre les fermetures de Zariski des espaces d’arcs lisses passant par ces points infiniment voisins. Javier Fernández de Bobadilla, María Pe Pereira et Patrick Popescu-Pampu étudièrent cette relation d’ordre, en la caractérisant de plusieurs manières différentes et en prouvant qu’elle était de nature purement combinatoire. Le problème de caractériser les couples de points infiniment voisins comparables pour cette relation d’ordre reste ouvert.

- Javier Fernández de Bobadilla, María Pe Pereira et Patrick Popescu-Pampu, *On the generalized Nash problem for smooth germs and adjacencies of curve singularities*. Advances in Maths. 320 (2017), 1269–1317.

Le problème des arcs de Nash est encore largement ouvert pour une variété algébrique  $X$  définie sur un corps parfait  $k$  de caractéristique  $p > 0$ . Angélica Benito, Olivier Piltant et Ana Reguera ont étudié le défaut d’irréductibilité de l’espace d’arc  $X_\infty$  d’une variété irréductible  $X$ . Olivier Piltant et Ana Reguera ont également montré en toute caractéristique que la seule Uniformisation Locale implique la finitude des composantes irréductibles de l’espace des arcs centrés dans le lieu singulier de  $X$ .

- Olivier Piltant, Ana J. Reguera, *Local uniformization and arc spaces*. J. Pure and Applied Algebra 222 (2017), no. 7, 1898–1905.
- Angélica Benito, Olivier Piltant, Ana J. Reguera, *Small irreducible components of arc spaces in positive characteristic*. Preprint hal-01945228 (2018), 1–29.

Hussein Mourtada et Ana Reguera ont étudié le complété du localisé de l’anneau de l’espace d’arcs d’une variété  $X$  en un point schématique définissant une valuation divisorielle qui a un centre sur  $X$ . Ils ont démontré que la dimension de plongement de cet anneau est égale à la discrétion de Mather de la valuation plus un (la discrétion de Mather est un invariant important dans le programme du modèle minimal). Par ailleurs ils ont démontré que la dimension du même anneau est minorée par la discrétion de Mather Jacobienne (ce dernier résultat est lié au problème de Nash). Il est essentiel de voir que ces résultats s’insèrent dans le domaine de l’algèbre commutative en dimension infinie ; un domaine qui a été peu fréquenté.

- Hussein Mourtada, Ana Reguera, *Mather discrepancy as an embedded dimension in the space of arcs*, Publ. Res. Inst. Math. Sci. 54 (2018), no. 1, 105–139.

Hussein Mourtada et Camille Plénat ont initié un problème de Nash plongé qui prédit un lien entre certaines composantes irréductibles des espaces de jets des singularités d’hypersurfaces non-dégénérées de dimension 2 et les diviseurs essentiels ”apparaissant” sur toutes les résolutions plongées. Ils ont vérifié ce lien dans le cas des points doubles rationnels et puis avec Busra Karadeniz et Meral Tosun dans le cas d’une classe de singularités non isolées qui sont des modèles birationnels des points triples rationnels. Par ailleurs Mourtada a associé aux composantes irréductibles des espaces de jets un graphe qui s’avère déterminer le type analytique des surfaces toriques (Mourtada) et le type topologique des singularités quasi-ordinaires des surfaces (Cobo-Mourtada).

- Helena Cobo, Hussein Mourtada, *Jet schemes of quasi-ordinary surface singularities*, Nagoya Math. J. 242 (2021), 77–164.
- B. Karadeniz, H. Mourtada, C. Plénat, M. Tosun, *The embedded Nash problem of birational models of rational triple singularities*, Journal of Singularities volume 22 (2020), 337–372.
- Hussein Mourtada, Camille Plénat, *Jet schemes and minimal toric embedded resolutions of rational double point singularities*, Comm. Algebra 46 (2018), no. 3, 1314–1332.
- Hussein Mourtada, *Jet schemes of normal toric surfaces*, Bull. Soc. Math. France 145 (2017), no. 2, 237–266.

### 7.2.3 Algébricité topologique, équisingularité

En 1984, T. Mostowski a démontré que tout germe d’espace analytique était homéomorphe à un germe d’espace algébrique. Adam Parusiński et Guillaume Rond, en collaboration avec Marcin Bilski ont étendu ce résultat en montrant qu’on pouvait rendre algébrique, de manière simultanée via un homéomorphisme de l’espace ambiant, un germe d’espace analytique et un germe de fonction analytique. Dans un deuxième travail en collaboration avec K. Kurdyka, il ont montré que l’on pouvait algébriser un germe d’espace algébrique via un germe d’homéomorphisme tangent à l’identité à un ordre prescrit. Ensuite Guillaume Rond a montré qu’on pouvait transformer des germes d’espaces et de fonctions analytiques via un



homéomorphisme en des germes définis sur le corps des nombres rationnels. Finalement Adam Parusiński et Guillaume Rond ont montré comment transformer de manière algorithmique une variété algébrique réelle ou complexe en une variété définie sur  $\overline{\mathbb{Q}}$  via une homéomorphisme. Ces travaux est basé principalement sur une version de l'approximation d'Artin et l'équisingularité algébro-géométrique de Zariski, voir aussi la sous-section stratification et équisingularité.

- Marcin Bilski, Adam Parusiński, Guillaume Rond, *Local topological algebraicity of analytic function germs*, J. Algebraic Geom., vol. 26, (2017), 177-197.
- Marcin Bilski, Krzysztof Kurdyka, Adam Parusiński, Guillaume Rond, *Higher order approximation of analytic sets by topologically equivalent algebraic sets*, Math. Z., 288 (2018), no. 3-4, 1361-1375.
- Guillaume Rond, *Local topological algebraicity with algebraic coefficients of analytic sets or functions*, Algebra Number Theory, 12 (2018), no 5, 1215-1231.
- Adam Parusiński, Guillaume Rond, *Algebraic varieties are homeomorphic to varieties defined over number fields*, Comment. Math. Helv., 95, No. 2, (2020), 339-359.

#### 7.2.4 La conjecture de monodromie

La conjecture de monodromie est un terme parapluie pour plusieurs relations conjecturées entre les pôles de fonctions zeta, les valeurs propres de monodromie et les zéros de polynômes de Bernstein en géométrie arithmétique et en théorie des singularités. Même la plus faible de ces relations - la conjecture de Denef-Loeser pour la fonction zeta topologique - est ouverte pour les singularités de surfaces.

A. Esterov, A. Lemahieu et K. Takeuchi démontrons cette conjecture pour une grande classe de singularités multidimensionnelles qui sont nondégénérées pour leur polyèdre de Newton, y incluses toutes celles de fonctions de quatre variables.

Une différence cruciale avec le cas de trois variables est l'existence de singularités dégénérées proche d'une singularité nondégénérée. Ainsi, même pour l'étude des singularités nondégénérées, il faut surmonter le contexte des polyèdres de Newton et des résolutions toriques.

Finalement nous esquissons l'idée d'une preuve pour les singularités nondégénérées en un nombre quelconque de variables.

- A. Esterov, A. Lemahieu et K. Takeuchi, *On the monodromy conjecture for non-degenerate hypersurfaces*, arXiv 1309.0630.

Hussein Mourtada, Lena vos, Wim Veys (et puis Jorge Martin-Morales) ont étudié la fonction zeta d'Igusa motivique et la conjecture de la monodromie (généralisée, c'est à dire en codimension supérieure) d'une courbe monomiale qui est la fibre spéciale d'une famille équisingulière dont la fibre générique est une branche plane. Un des buts étant l'étude de la variation de la conjecture de la monodromie en famille. Ceci a abouti à la résolution de la conjecture pour ce type de courbes (non planes en générales).

- H. Mourtada, L. Vos, W. Veys, *The motivic Igusa zeta function of a space monomial curve with a plane semigroup*, Advances in Geometry 21 (2021), no. 3, 417-442.
- J. Martin-Morales H. Mourtada, L. Vos, W. Veys, *Note on the monodromy conjecture for a space monomial curve with a plane semigroup*, C. R. Math. Acad. Sci. Paris 358 (2020), no. 2, 177-187.

## 7.3 Singularités des variétés algébriques

### 7.3.1 Géométrie affine

Etude de l'ensemble de bifurcation d'une application polynomiale réelle ou complexe, avec un regard particulier vers l'optimisation et l'effectivité, dans des travaux de M. Tibar et ses collaborateurs, comme :

- L.R.G. Dias, S. Tanabé, and M. Tibăr, *Toward Effective Detection of the Bifurcation Locus of Real Polynomial Maps*, Found. Comput. Math. 17, 3 (2017), 837-849.
- Z. Jelonek and M. Tibăr, *Detecting Asymptotic Non-regular Values by Polar Curves*, Int. Math. Res. Not. IMRN 2017, no. 3, 809-829.
- C. Joița, M. Tibăr, *Bifurcation set of multi-parameter families of complex curves*, J. Topology 11 (2018), no. 3, 739-751.

### 7.3.2 L'obstruction d'Euler et ses généralisations

Nicolas Dutertre et Nivaldo Grulha ont écrit un article sur les versions globales de l'obstruction d'Euler. Ils y donnent des formules de multiplicité pour l'obstruction d'Euler globale et d'autres indices globaux du même type.

- Nicolas Dutertre et Nivaldo de Góes Grulha Junior, *Global Euler obstruction, global Brasselet numbers and critical points*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 150 (2020), no. 5, 2503-2534.

## 7.4 Aspects métriques et géométriques. Stratifications

### 7.4.1 Géométrie bilipschitzienne des espaces singuliers complexes

André Belotto da Silva, Lorenzo Fantini et Anne Pichon ont étudié la géométrie Lipschitz des surfaces complexes normales, en démontrant une formule dite "du Laplacien" qui décrit complètement leur géométrie interne et en étudiant de manière systématique les singularités Lipschitz Normalement Plongées des surfaces. Dans un autre travail en collaboration avec András Némethi ils ont obtenu des bornes topologiques des types combinatoires des sections hyperplanes génériques et des courbes polaires génériques d'un germe de surface complexe.

- André Belotto da Silva, Lorenzo Fantini et Anne Pichon. *Inner geometry of complex surfaces: a valuative approach*. À paraître dans Geometry & Topology.
- André Belotto da Silva, Lorenzo Fantini et Anne Pichon. *On Lipschitz Normally Embedded complex surface germs*. Preprint, 2020.
- André Belotto da Silva, Lorenzo Fantini, András Némethi et Anne Pichon. *Polar exploration of complex surface germs*. Preprint, 2021.

Dans un article récent Adam Parusiński and Laurentiu Paunescu ont montré que l'équisingularité de Zariski donne une stratification lipschitzienne in the sense of Mostowski de hypersurfaces complexes en codimension 2. Ce résultat a été conjecturé il y a une quinzaine d'année par J.-P. Henry and T. Mostowski. Ce résultat implique en particulier une trivialité bilipschitzienne de familles de germes de surfaces normales en  $\mathbb{C}^3$ , un résultat annoncé en 2012 par Neumann et Pichon.

- A. Parusiński, L. Păunescu, Lipschitz stratification of complex hypersurfaces in codimension 2, arXiv:1909.00296, to appear in Journal of the EMS

Arturo Giles Flores, Otoniel N. Silva et Bernard Teissier ont publié la rédaction d'un cours de B. Teissier dont le résultat principal est que tous les germes de courbes analytiques complexes planes qui sont topologiquement équivalentes sont exactement les projections génériques d'une seule courbe et ces projections génériques sont des homéomorphismes bilipschitz pour la métrique externe. En particulier les courbes planes topologiquement équivalentes sont bilipschitz équivalentes.

- A. Giles Flores, O. N. Silva, and B. Teissier, The biLipschitz geometry of complex curves: an algebraic approach. In : Introduction to Lipschitz Geometry of Singularities, Walter Neumann and Anne Pichon, Editors, Springer Lecture Notes in Mathematics No. 2280, 2020.

#### 7.4.2 Stratification, équisingularité

Nicolas Dutertre a relié les courbures de Lipschitz-Killing des ensembles définissables aux volumes des images polaires des projections génériques donnant ainsi une version singulière de travaux de Langevin et Shifrin. Il a donné ensuite des versions locales de ces résultats qu'il applique à la théorie de l'équisingularité réelle.

Avec Vincent Grandjean, Nicolas Dutertre a travaillé sur l'équisingularité réelle globale. Ils considèrent une famille définissable de sous-variétés définissables de  $\mathbb{R}^n$  et ils étudient la continuité, en fonction du paramètre, de certaines intégrables de courbure sur ces variétés. Ils trouvent des critères sur le paramètre qui assurent la continuité de ces intégrales.

Avec Guillaume Valette, David Trotman a étudié la généralisation du théorème de Pawlucki, caractérisant une stratification de Whitney d'un ensemble dont le lieu singulier est de codimension 1 comme une réunion locale de variétés  $C^1$  à bord, au cas de stratifications définissables : le théorème reste valable que pour des structures o-minimales polynomialement bornées. Deux exemples clarifient la relation entre différentes notions d'équisingularité.

Avec Saurabh Trivedi, David Trotman donne un contre-exemple à une conjecture de Eyral concernant la topologie locale de l'intersection de deux stratifications de Whitney partiellement transverses (sur un sous-ensemble), et donne des résultats positifs dans le cas définissable et dans la situation d'une transversalité totale.

David Trotman a rédigé le chapitre sur les stratifications pour le nouveau Handbook of Geometry and Topology of Singularities publié chez Springer.

- Nicolas Dutertre et Vincent Grandjean, *Gauss-Kronecker curvature and equisingularity at infinity of definable families*. À paraître dans Asian J. Math.
- Nicolas Dutertre, *Lipschitz-Killing curvatures and polar images*, Advances in Geometry 19, no. 2 (2019), 205-230.
- David Trotman et Guillaume Valette, *On the local geometry of definably stratified sets*, Contemporary Math. 697, A.M.S. (2017), 349-366.
- Saurabh Trivedi et David Trotman, *Deformation retracts of Whitney stratifications*, Journal of Singularities 22 (2020), 315-320.
- David Trotman *Stratification Theory*, Handbook of Geometry and Topology of Singularities I, Springer-Verlag, 2020, 231-260.

Max Leyton, Hussein Mourtada et Mark Spivakovsky ont montré que toute famille  $\mu$ -constante des singularités d'hypersurfaces isolées Newton non-dégénérée admet une résolution plongée simultanée et donc, en particulier, est topologiquement triviale. Sur le chemin ils ont résolu un problème d'Arnold datant de 1982 qui demande de donner une démonstration élémentaire (c'est-à-dire, sans utiliser la théorie des singularités) de la monotonie du nombre de Newton.

- M. Leyton, H. Mourtada, M. Spivakovsky, *Newton non-degenerate  $\mu$ -constant deformations admit simultaneous embedded resolutions*, 21 pp., soumis à Compositio Mathematica, arXiv:2001.10316 [math.AG], hal-03097674. Il y a un rapport plutôt favorable; on est en train de faire les corrections demandées.

Adam Parusiński a appliqué l'équisingularité de Zariski pour construire une stratification de Lipschitz, voir la sous-section, des approximations équisingulières d'ensembles singuliers et de applications donnés, voir la sous-section, et pour démontrer la conjecture de fibration de Whitney. Cette méthode fonctionne pour les singularités réelles et complexes.

En collaboration avec L. Paunescu, A. Parusiński a démontré la conjecture de la fibration de Whitney, un problème qui était ouvert depuis les années 60. Cette conjecture dit que toute variété analytique complexe admet une stratification qui est localement, le long de chaque strate, fibrée en sous-variétés analytiques lisses isomorphes à la strate. En utilisant l'équisingularité de Zariski, Parusiński et Paunescu ont montré qu'une trivialisaton le long de chaque strate peut être choisie, de plus, subanalytique (semi-algébrique dans le cas algébrique) et arc-wise analytique (c'est-à-dire analytique sur des arcs analytiques réels) et que la stratification ainsi construite est Whitney et Verdier. Comme application, McCrory (Univ. de Georgie, USA), Parusiński et Paunescu ont donné une construction de déformations semi-algébrique et arc-wise analytique qui donnent une position régulière pour des variétés algébriques projectives réelles ou complexes.

En 1979, O. Zariski a proposé une théorie générale de l'équisingularité pour les hypersurfaces algébriques ou algébroides sur un corps algébriquement clos de caractéristique zéro, basée sur la notion de type de dimensionnalité. Les points de type de dimension 0 sont des points réguliers et les singularités de type de dimension 1, c'est-à-dire les points singuliers génériques en codimension 1, sont, comme l'a montré Zariski, isomorphes aux familles équisingulières des singularités des courbes planes. Dans une prépublication récente, Parusiński et Paunescu ont donné une caractérisation complète des points de dimensionnalité 2.

- A. Parusiński, *Algebro-geometric equisingularity of Zariski*, a chapter of Handbook of Geometry and Topology of Singularities II, eds. José Luis Cisneros-Molina, Dũng Tráng Lê, José Seade, Springer-Verlag, 2021, pp. 177–222
- A. Parusiński, L. Păunescu, *Arcwise analytic stratification, Whitney fibering conjecture and Zariski equisingularity*, Advances in Math. 309 (2017), 254–305.
- C. McCrory, A. Parusiński, L. Paunescu, *Algebraic Stratified General Position and Transversality*, J. Algebraic Geom. **28** 139–152 (2019).
- A. Parusiński, L. Păunescu, *Zariski's dimensionality type of singularities. Case of dimensionality type 2*, arXiv:2104.07156,

Arturo Giles Flores et Bernard Teissier ont publié un article d'exposition contenant de nombreux problèmes sur le rôle des variétés polaires dans la théorie de l'équisingularité.

- A. Giles Flores and B. Teissier, Local polar varieties in the geometric study of singularities. Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, Vol. 27, no. 4 (2018), 679–775.

## 7.5 Aspects motiviques de la théorie des singularités

François Loeser et Dimitri Wyss ont démontré une version motivique de la conjecture de symétrie miroir topologique de Hausel et Thaddeus récemment démontrée par Groechenig, Wyss et Ziegler. Pour cela ils utilisent une variante à valeurs dans les anneaux de Grothendieck de motifs de Chow de l'intégration de Cluckers et Loeser.

- François Loeser et Dimitri Wyss, *Motivic integration on the Hitchin fibration*. Algebraic Geometry 8 (2021), 196-230

Kevin Langlois, Clélia Pech et Michel Raibaut déterminent le volume motivique stringy des variétés horosphériques de complexité un à singularités log-terminales et en déduisent un critère de lissité pour ce type de variétés.

- Kevin Langlois, Clélia Pech et Michel Raibaut, *Stringy invariants for horospherical varieties of complexity one*, Algebraic Geometry 6 (3) (2019) 346-383.

### 7.5.1 Structures o-minimales ou définissables en géométrie non archimédienne et comptage de points

Georges Comte avec Chris Miller s'est intéressé au comptage de points rationnels dans la partie transcendante de courbes planes, comme le graphe des fonctions zêta de Riemann et Gamma d'Euler. Les courbes en question n'étant pas nécessairement définissables dans une structure o-minimale, comme dans cas du graphe de la fonction  $\sin \circ \log$ . Sont alors obtenues des bornes poly-logarithmiques en  $T$ , pour le nombre de points rationnels de hauteur  $\leq T$  dans ces courbes.

Georges Comte et Yosef Yomdin se sont intéressés à la question du nombre de points d'intersection entre les courbes algébriques planes de degré  $d$  et les graphes de fonctions analytiques  $f$ . Nous donnons des conditions, portant sur les coefficients de Taylor  $f$ , sous lesquelles ce nombre de points d'intersection est polynomialement borné en  $d$ . Nous montrons en particulier que ces conditions sont satisfaites pour les séries entières aléatoires, pour certaines classes explicites de séries lacunaires, et pour les solutions d'équations différentielles algébriques avec coefficients et conditions initiales rationnels. En conséquence, pour toute fonction  $f$  dans une de ces familles, le graphe possède moins de  $b \log^a T$  points rationnels de hauteur au plus  $T$ , pour  $a, b > 0$ .

- Georges Comte et Chris Miller, *Points of bounded height on oscillatory sets*, Quart. J. Math 68 (2017), 1261-1287
- Georges Comte et Yosef Yomdin, *Zeros and rational points of analytic functions*. Ann. Inst. Fourier 68 (2018) no.6, 2445-2476

Raf Cluckers avec Jonathan Pila et Alex Wilkie ont amélioré plusieurs bornes concernant le comptage des points rationnels de hauteur borné sur les espaces sous-analytiques. Ceci donne une version uniforme de la conjectures de Wilkie pour des (familles sous-analytiques de) surfaces Pfaffiennes. Sur les variétés algébriques de dimension  $m$  et degré  $d$ , Wouter Castryck, Raf Cluckers, Philip Dittmann et Kien Nguyen ont étudié les points rationnels de hauteur borné dans le cadre d'une question posée par Serre et Heath-Brown, et ils ont rendu les bornes polynomiales en  $d$ . (Seulement le cas  $d = 3$  reste partiellement ouvert.)

Dans le cadre non-archimédien, Raf Cluckers, Arthur Forey et François Loeser ont étudié les points rationnels de hauteur borné sur les espaces sous-analytiques  $p$ -adiques, uniformément en  $p$  et aussi en large équi-caractéristique positif, en analogie avec les résultats de Pila et Wilkie.

- Raf Cluckers, Jonathan Pila et Alex Wilkie, *Uniform parameterization of subanalytic sets and diophantine applications*. Ann. Sci. Ecole Norm. Sup., Vol. 53, No. 1 (2020) 1–42.
- Wouter Castryck, Raf Cluckers, Philip Dittmann et Kien Huu Nguyen *The dimension growth conjecture, polynomial in the degree and without logarithmic factors*. Algebra and Number Theory, Vol. 14, No. 8 (2020) 2261–2294.
- Raf Cluckers, Arthur Forey et François Loeser, *Lipschitz continuity, Yomdin-Gromov parametrizations and point counting in valued fields*, Algebra and Number Theory, Vol. 14, No. 6 (2020) 1423–1456.

### 7.5.2 Etude métrique des ensembles définissables en géométrie non archimédienne

Antoine Ducros, Ehud Hrushovski et François Loeser ont démontré que les intégrales non archimédiennes récemment introduites Chambert-Loir et Ducros peuvent d’interpréter comme limites d’intégrales complexes. Ce résultat illustre le principe que la géométrie non archimédienne apparaît comme asymptotique de la géométrie complexe.

- Antoine Ducros, Ehud Hrushovski et François Loeser *Non-archimedean integrals as limits of complex integrals*. arXiv:1912.09162

### 7.5.3 Espace d’arcs

Dans le cadre de l’intégration motivique et  $p$ -adique, Raf Cluckers, Immanuel Halupczok et Julia Gordon ont obtenu de nouveaux principes de transfert pour les intégrales et fonctions motiviques, qui permettent de changer de caractéristique pour divers propriétés comme l’intégrabilité et les bornes. Ceci est appliqué dans le contexte du programme de Langlands.

- Raf Cluckers, Immanuel Halupczok et Julia Gordon, *Uniform analysis on local fields and applications to orbital integrals*. Trans. Amer. Math. Soc. Ser. B, 5 (2018) 125–166.

Raf Cluckers, Immanuel Halupczok, François Loeser et Michel Raibaut étudient les fronts d’ondes de distributions de manière uniforme sur un corps local non-archimédien. Dans le cadre de l’intégration motivique à la Cluckers-Loeser, Michel Raibaut introduit une notion de front d’ondes de distributions motiviques et étudie leurs propriétés.

- Raf Cluckers, Immanuel Halupczok, François Loeser et Michel Raibaut, *Distributions and wave front sets in the uniform non-archimedean setting*. Trans. London Math. Soc. 5 (2018), no. 1, 97–131.
- Michel Raibaut, *Motivic wave front sets*, Int. Math. Res. Not. IMRN 2021, no. 17, 13075–13152.

### 7.5.4 Fibres de Milnor motiviques

Jean-Baptiste Campesato, Goulwen Fichou et Adam Parusiński ont comparé la fibration de Milnor topologique et la fibre de Milnor motivique. Pour cela, ils ont introduit une généralisation commune pour laquelle ils proposent deux constructions équivalentes. La première étend l’espace de Kato-Nakayama et utilise le langage de la géométrie logarithmique. La seconde, plus géométrique, repose sur une version

réelle orientée de la déformation sur le cône normal. En particulier, cette généralisation commune contient le modèle d'A'Campo de la fibration de Milnor topologique et permet de montrer comment celui-ci détermine la fibre de Milnor motivique.

Goulwen Fichou et Yimu Yin ont développé un analogue réel des travaux de Hrushovski-Loeser sur la fibre de Milnor motivique, étendant au passage les formules de Thom-Sebastiani connues jusque là (en réel comme en complexe).

- Goulwen Fichou, Yimu Yin, *Motivic integration and Milnor fibers*, JEMS, to appear
- Jean-Baptiste Campesato, Goulwen Fichou, Adam Parusiński, *Motivic, logarithmic, and topological Milnor fibrations*. Preprint, 2021.

## 7.6 Géométrie modérée, problèmes de finitude et singularités des champs de vecteurs

### 7.6.1 Géométrie modérée et intégration

Raf Cluckers, Georges Comte, Dan Miller, Jean-Philippe Rolin et Tamara Servi ont étudié la stabilité d'algèbres de fonctions par intégration à paramètres et transformée de Fourier. Le résultat principal obtenu est une description en termes de générateurs explicites de la plus petite algèbre de fonctions contenant les fonctions sous-analytiques et leurs exponentielles complexes, stable par intégration à paramètres. En particulier cette algèbre est stable par transformation de Fourier. De la preuve découle une description des développements asymptotiques transsériels de certaines fonctions de l'algèbre, dans l'esprit de l'étude classique des intégrales oscillantes en théorie des singularités.

- Raf Cluckers, Georges Comte, Dan Miller, Jean-Philippe Rolin et Tamara Servi, *Integration of oscillatory and subanalytic functions*. Duke Math. J. 167 (2018) no. 7, 1239-1309

Jean-Philippe Rolin a étudié les propriétés géométriques des courbes représentées par des intégrales oscillantes avec phase analytique, dont il calcule certaines dimensions fractales, dont la "box dimension" et le "Minkowski content" en termes des propriétés du polygône de Newton de la phase.

- Jean-Philippe Rolin, Domagoj Vlah et Vesna Zupanovic, *Oscillatory integrals and fractal dimension*. Bull. Sc. Math. 168 (2021), 102972.

Dans le cadre non-archimédien, Avraham Aizenbud, Raf Cluckers, Immanuel Halupczok, François Loeser et Michel Raibaut ont introduit des distributions de classe  $C^{exp}$  sur les espaces affines  $p$ -adiques, et prouvé qu'elles sont WF-holonomique, généralisant des résultats récents d'Aizenbud et Drinfeld.

- Raf Cluckers, Immanuel Halupczok, François Loeser et Michel Raibaut *Distributions and wave front sets in the uniform non-archimedean setting*. Trans. London Math. Soc. Vol. 5, No. 1 (2018) 97–131.
- Avraham Aizenbud et Raf Cluckers *Wave front holonomicity of  $C^{exp}$  class distributions on non-archimedean local fields*. Forum of Mathematics, Sigma, Vol. 8, No. e35 (2020), 35pp.

André Belotto da Silva et Edward Bierstone ont démontré l'existence d'une monomialisation locale des morphismes, une version de la résolution des singularités pour les morphismes, dans la catégorie quasi-analytique. Dans le même papier, ils montrent qu'il n'est pas possible d'obtenir une monomialisation

globale dans la catégorie réelle-analytique. Pour démontrer leur résultat, ils ont introduit des techniques de résolution des singularités pour des idéaux de Fitting logarithmiques et ils ont utilisé la technique du prolongement quasi analytique, introduite dans leur travaux précédents avec Iwo Biborski et Michael Chow.

- André Belotto da Silva and Edward Bierstone, *Monomialization of a quasianalytic morphism*, arXiv 1907.09502 [math.AG], 2019.

### 7.6.2 Normalisation des germes de Dulac

Les application de premier retour de polycycles hyperboliques sont des exemples de germes de Dulac réels. Ces derniers ont un développement asymptotique transsériel en puissances réelles et logarithmes, qui détermine le germe par un résultat de quasianalyticité.

Pavao Mardesic, Maja Resman, Jean-Philippe Rolin et Vesna Zupanovic ont étudié la classe de conjugaison d'un germe de Dulac parabolique (i.e. tangent à l'identité). Ils montrent que l'analyse fractale convenable d'une orbite d'un tel germe caractérise sa classe de conjugaison formelle.

- Pavao Mardesic, Maja Resman, Jean-Philippe Rolin et Vesna Zupanovic, *Tubular neighborhoods of orbits of power-logarithmic germs*, J. Dynamics and Diff. Eq. (2019) 33, 395-443.

Dino Peran, Maja Resman, Jean-Philippe Rolin et Tamara Servi ont donné une description complète des formes normales formelles des transséries logarithmiques hyperboliques. Ils en ont déduit un résultat de linéarisation des germes de Dulac hyperboliques complexes. L'application linéarisante est elle même un germe de Dulac parabolique. Les germes de Dulac jouent un rôle fondamental dans les problèmes de finitude dans l'étude des champs de vecteurs.

- Dino Peran, Maja Resman, Jean-Philippe Rolin et Tamara Servi, *Normal forms of hyperbolic logarithmic transseries*, soumis.
- Dino Peran, Maja Resman, Jean-Philippe Rolin et Tamara Servi, *Linearization of complex hyperbolic Dulac germs*, à paraître dans Journal of Mathematical Analysis and Applications.

Pavao Mardesic et Maja Resman ont étudié les modules de la classification analytique des germes paraboliques de Dulac. Ils montrent les théorèmes de classification et de réalisation de ces modules dans ce cadre.

- Mardesic, P., et Resman, M. (2021). Realization of analytic moduli for parabolic Dulac germs. Ergodic Theory and Dynamical Systems, 1-55. doi:10.1017/etds.2020.139

### 7.6.3 Propriétés de finitude des trajectoires de champs de vecteurs

Olivier Le Gal, Fernando Sanz et Patrick Speissegger se sont intéressés à une question de R. Moussu: en dimension 3, les trajectoires non-oscillantes de champs de vecteurs analytiques sont-elles o-minimales ? Ils répondent affirmativement à cette question dans le cas des trajectoires appartenant à des pincesaux intégraux enlacés.

- Le Gal, Olivier; Sanz, Fernando; Speissegger, Patrick *Trajectories in interlaced integral pencils of 3-dimensional analytic vector fields are o-minimal*. Trans. Amer. Math. Soc. 370 (2018), no. 3, 2211–2229.



Olivier Le Gal introduit la notion de trajectoire solitaire d'un champ de vecteur analytique: une trajectoire d'un champ  $X$  est solitaire si elle peut être séparée de toute autre trajectoire de  $X$  par un nombre fini d'éclatements ponctuels, ou, de façon équivalente, si elle est seule dans son pinceau intégral. Il montre alors la o-minimalité de la structure engendrée par toutes les trajectoires solitaires de tous les champs analytiques.

- Le Gal, O. *Solitary trajectories of analytic vector fields*. Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM 113 (2019), no. 4, 3967–3976.

Olivier Le Gal, Mickaël Matusinski et Fernando Sanz introduisent une notion de séparation régulière pour les solutions de systèmes d'équations différentielles  $y' = F(x, y)$ , où  $F$  est définissable dans une structure o-minimale polynomialement bornée et  $y = (y_1, y_2)$ . Etant donné une paire de solutions ayant contact plat, ils montrent que, si l'une d'elle a la propriété de séparation régulière, alors soit les solutions sont enlacées, soit elles engendrent un corps de Hardy sur le corps de Hardy associé à la structure o-minimale. Leur résultat s'adapte aussi au contexte des trajectoires de champs de vecteurs définissables en dimension 3. En particulier, dans le cas analytique réel, cela améliore la dichotomie enlacé/séparé de certains pinceaux intégraux due à Cano-Moussu-Sanz. Dans ce cas, pour un pinceau avec axe invariant formel, ils montrent que l'ensemble des trajectoires avec séparation régulière n'est jamais vide. Des exemples de tels champs sont produits.

- Olivier Le Gal, Mickaël Matusinski and Fernando Sanz. *Solutions of definable ODEs with regular separation and dichotomy interlacement versus Hardy*. To appear in Rev. Mat. Iberoam.

Pavao Mardesic étudie avec Jessie Pontigo-Herrera, Laura Ortiz-Bobadilla et Dmitry Novikov les applications premier retour des petites déformations des systèmes intégrables. Ils introduisent une notion de profondeur qui borne la complexité de ces solutions.

- Mardešić, Pavao; Novikov, Dmitry; Ortiz-Bobadilla, Laura; Pontigo-Herrera, Jessie Infinite orbit depth and length of Melnikov functions. Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 36 (2019), no. 7, 1941–1957.

#### 7.6.4 Feuilletages holomorphes

Eliane Salem s'est intéressée avec J-Mattei et D. Marin aux espaces de modules topologiques pour des germes de feuilletages holomorphes en dimension complexe 2. En travaillant dans une classe de feuilletages adaptée, on fixe les invariants topologiques donnés par la séparatrice, les indices de Camacho-Sad et les représentations d'holonomie projective, on peut calculer l'espace de modules des classes topologiques en termes de la cohomologie d'un nouvel objet géométrique que l'on appelle group-graph. On poursuit ce travail en montrant l'universalité pour la théorie de Kodaira Spencer des déformations, de l'espace de modules ainsi construit. Enfin, on construit une famille minimale de germes de feuilletages qui contient toutes les classes topologiques et qui est topologiquement complète.

- D.Marin, J-F Mattei et E.Salem *Topological moduli space for germs of holomorphic foliations*, IMRN, 2020, 23, 9228-9292
- D.Marin, J-F Mattei et E.Salem *Topological moduli space for germs of holomorphic foliations : II Universal deformations*, soumis
- D.Marin, J-F Mattei et E.Salem *Topologically complete families of germs of holomorphic foliations*, preprint arxiv 2021

### 7.6.5 Définissabilité et interdéfinissabilité

Gareth Jones, Jonathan Kirby, Olivier Le Gal et Tamara Servi ont travaillé autour d’une conjecture de Wilkie. Celui-ci décrit, au voisinage d’un point générique, les germes analytiques complexes définissables dans une structure o-minimale en fonction de l’algèbre qui l’engendre à l’aide de 4 opérations: composition, réflexion de Schwarz, différentiation, extraction de fonctions implicites. Jones, Kirby, Le Gal et Servi montrent qu’en un point général, trois autres opérations au moins sont nécessaires, à savoir, la division monomiale, les déramifications et les effondrements.

- Jones, Gareth; Kirby, Jonathan; Le Gal, Olivier; Servi, Tamara *On local definability of holomorphic functions*. Q. J. Math. 70 (2019), no. 4, 1305–1326.

## 7.7 Géométrie algébrique réelle

### 7.7.1 Fonctions rationnelles continues

Goulwen Fichou, Jean-Philippe Monnier et Ronan Quarez étudient des questions de seminormalisation des variétés algébriques réelles via les fonctions rationnelles continues. Ils démontrent en particulier qu’on peut définir la seminormalisation centrale d’une variété réelle, plus grande variété en homéomorphisme birationnel fini, sur les parties centrales, avec la variété de départ.

- Weak normalization and seminormalization in real algebraic geometry, Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, to appear

Krzysztof Kurdyka en collaboration avec W. Kucharz a publié plusieurs articles sur les fonctions rationnelles continues, notamment un survey de leur présentation lors du ICM Rio de Janeiro 2018. Depuis ils ont développé cette théorie sur des corps réels clos.

- Kucharz, Wojciech; Kurdyka, Krzysztof, From continuous rational to regulous functions. Proceedings of the International Congress of Mathematicians—Rio de Janeiro 2018. Vol. II. Invited lectures, 719–747, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2018.
- Kucharz, Wojciech; Kurdyka, Krzysztof; El-Siblani, Ali Separately Nash and arc-Nash functions over real closed fields. Bull. Lond. Math. Soc. 53 (2021), no. 2, 426–441.
- Kucharz, Wojciech; Kurdyka, Krzysztof, Rational representation of real functions. Pure Appl. Math. Q. 17 (2021), no. 1, 249–268.
- Kucharz, Wojciech; Kurdyka, Regulous Functions over Real Closed Fields, International Mathematics Research Notices, Vol. 00, No. 0, pp. 1–16, doi.org/10.1093/imrn/rnab326

### 7.7.2 Géométrie algébrique réelle

F. Mangolte a publié un livre de référence sur les variétés algébriques réelles. E. Brugallé, A. Degtyarev, I. Itenberg et F. Mangolte ont étudié le nombre maximum de points réels d’une courbe réelle de lieu réel fini.

F. Mangolte et A. Dubouloz ont obtenu une classification partielle des plongements rationnel-différentiables de la droite affine réelle dans le plan et certains faux-plans affines réels.

- F. Mangolte, *Real Algebraic Varieties*, translated by Catriona Maclean, monography, Springer Monographs in Mathematics, Springer International Publishing, xviii + 444 pages (2020).
- E. Brugallé, A. Degtyarev, I. Itenberg, F. Mangolte, Real algebraic curves with large finite number of real points, *European Journal of Math*, 5, 686-711 (2019).
- A. Dubouloz, F. Mangolte, Fake real planes: exotic affine algebraic models of  $\mathbb{R}^2$ , *Selecta Mathematica*, 23, 1619-1668 (2017).
- A. Dubouloz, F. Mangolte, Algebraic models of the line in the real affine plane, *Geometriae Dedicata*, 210, 179-204 (2021).

Vladimir Kostov a considéré des problèmes dans l'esprit de la règle de Descartes sur les signes des coefficients d'un polynôme réel à une variable et le nombre à priori possible de ses racines réelles (positives et négatives). Tous les cas compatibles avec la règle de Descartes ne se réalisent pas. L'étude des cas réalisables a été achevée jusqu'à degré 8. Il y a aussi des résultats pour des degrés  $> 8$ .

- V. P. Kostov, *On realizability of sign patterns by real polynomials*, *Czechoslovak Math. J.* 68 (143) (2018) No. 3, 853-874.
- V. P. Kostov, *Polynomials, sign patterns and Descartes' rule of signs*, *Mathematica Bohemica* 144 (2019), No. 1, 39-67.
- V. P. Kostov, *Descartes' rule of signs and moduli of roots*, *Publicationes Mathematicae Debrecen* 96/1-2 (2020) 161-184.

### 7.7.3 Méthode algorithmique et calculs effectifs

La décomposition algébrique cylindrique (CAD) est une méthode d'algèbre et de géométrie computationnelles qui donne un algorithme pour la description de la topologie des ensembles semi-algébriques. L'un des principaux problèmes pour son application est le choix de projections linéaires suffisamment génériques. En 1994, Lazard a proposé une méthode améliorée pour le calcul de la CAD, dans laquelle on peut éviter d'utiliser des projections génériques. Cependant, une lacune dans l'un des lemmes clés a été remarquée par la suite et la méthode a longtemps été considérée comme incorrecte. Dans un article récent, Adam Parusiński, en collaboration avec Scott McCallum et Laurentiu Paunescu, utilisant Puiseux avec paramètre, a confirmé la validité de la méthode de Lazard.

- S. McCallum, A. Parusiński, L. Paunescu, *Validity proof of Lazard's method for CAD construction*, *J. of Symbolic Computation*, **92** (2019) 52-69.

Marie-Françoise Roy en collaboration avec Daouda Niang Diatta, Seny Diatta, Fabrice Rouillier et Michael Sagraloff a donné un algorithme pour calculer la topologie d'une courbe algébrique plane définie par l'annulation d'un polynôme de degré  $d$  et de taille binaire  $\tau$  en temps  $\tilde{O}(d^5\tau + d^6)$  qui ne nécessite aucun changement de variable. Des bornes explicites sur les nombres algébriques jouent un rôle clé dans ce résultat.

- D. Niang Diatta, S. Diatta, F. Rouillier, M.-F. Roy, M. Sagraloff. Bounds for polynomials on algebraic numbers and application to curve topology, to appear in *Discrete and Computational Geometry* (preliminary version, arXiv:1807.10622v3)

### 7.7.4 (Co)-homologie d'Intersection des variétés algébriques réelles

En utilisant des cycles symétriques par arc, Adam Parusiński, en collaboration avec C. McCrory, a donné une définition de l'homologie d'intersection pour les variétés algébriques réelles qui est analogue à la définition originale de Goresky et MacPherson de l'homologie d'intersection pour les variétés complexes. Comme corollaire, ils ont montré un résultat conjecturé par Goresky MacPherson et prouvé auparavant par des méthodes différentes par van Hamel que deux petites résolutions quelconques de une variété algébrique réelle ont la même homologie avec un coefficient dans  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ .

- C. McCrory, A. Parusiński, *Real intersection homology*, in Real and Complex Singularities and their applications in Geometry and Topology, Topology and its Applications, Volume 234, 1 February 2018, Pages 108-129.
- C. McCrory, A. Parusiński, Real intersection homology II: A local duality obstruction, Topology and its Applications, **271** (2020)

### 7.7.5 Espace de Sobolev et singularités

Adam Parusiński, en collaboration avec A. Rainer (Vienne), a poursuivi l'étude de la régularité des racines complexes de polynômes à coefficients de classe  $C^\infty$ . Dans un article récent des Annales E.N.S., ils ont montré une régularité optimale en termes d'espaces de Sobolev. Ce résultat s'applique aux racines de tous les polynômes dont les coefficients dépendent d'une seule variable réelle, et dans le cas de plusieurs variables continues. Si, dans ce dernier cas, le choix de racines continues n'est pas possible, ils ont montré que l'on peut cependant choisir des racines de variation bornée. Comme application, ils obtiennent un résultat de relèvement pour les représentations complexes des groupes finis.

M'hammed Oudrane, étudiant en doctorat d'Adam Parusiński, travaille sur l'extension de la théorie des faisceaux de Sobolev  $U \rightarrow H^s(U) = W^{s,2}(U)$  définie sur des sites subanalytiques au cas  $s \leq 0$ . Dans son premier article, il a généralisé un théorème de recouvrement régulier des ensembles subanalytiques, utilisé dans la construction des faisceaux de Sobolev, au cas o-minimal polynomialement borné.

- Adam Parusiński, Armin Rainer, *Optimal Sobolev regularity of roots of polynomials*, Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. 4 e série, t. 51, 2018, p. 1343 à 1387.
- Adam Parusiński, Armin Rainer, *Selections of bounded variation for roots of smooth polynomials*, Sel. Math. New Ser., 26(1), Jan 2020.
- Adam Parusiński, Armin Rainer, Sobolev lifting over invariants, arXiv:2003.01967, to appear in SIGMA (2021)
- M'hammed Oudrane, Regular projections and regular covers in o-minimal structures, arXiv:2110.06391

### 7.7.6 Méthodes motiviques en géométrie algébrique réelle

Jean-Baptiste Campesato, Krzysztof Kurdyka et Adam Parusiński, dans une collaboration avec Toshizumi Fukui, ont développé une version réelle de la théorie de l'intégration motivique. En particulier, ils ont construit une mesure motivique sur l'espace des arcs analytiques tracés sur un ensemble algébrique réel. L'intégrale motivique ainsi obtenue admet une formule de changement de variables pour les applications Nash génériquement injectives. Comme applications, ils ont obtenu un théorème d'inversion pour les applications génériquement analytiques par arcs ainsi qu'une caractérisation, en termes de volume motivique, des germes d'homéomorphismes analytiques par arcs qui sont Lipschitz pour la métrique interne.

- Jean-Baptiste Campesato, Krzysztof Kurdyka, Adam Parusiński, Toshizumi Fukui, *Arc spaces, motivic measure and Lipschitz geometry of real algebraic sets*. *Mathematische Annalen*, 374 no. 1–2 (2019), pp. 211–251.

### 7.7.7 Solutions $\mathcal{C}^m$ d'équations semi-algébriques

Dans une collaboration avec Edward Bierstone et Pierre Milman, Jean-Baptiste Campesato s'est intéressé à des versions semi-algébriques (et plus généralement définissables dans certaines structures  $\mathcal{o}$ -minimales) respectivement du problème de prolongement de Whitney et du problème de Brenner-Fefferman-Hochster-Kollár. Pour chacun de ces problèmes, ils ont montré que si les données sont semi-algébriques (resp. définissables) alors l'existence d'une solution implique l'existence d'une solution semi-algébrique (resp. définissable). Les résultats obtenus font intervenir une perte de régularité.

- Edward Bierstone, Jean-Baptiste Campesato, Pierre D. Milman,  $\mathcal{C}^m$  *solutions of semialgebraic or definable equations*. *Advances in Mathematics*, 385 (2021), 24p.

### 7.7.8 Réduction de familles d'opérateurs linéaires

Adam Parusiński et Guillaume Rond ont donné des conditions pour que des matrices à coefficients séries formelles puissent être diagonalisées quand elles sont normales. Cela leur permet de donner de retrouver les précédents résultats connus sur ce sujet. Ils ont montré en quelle mesure la condition pour le déterminant des matrices d'être à croisement normal était cruciale dans ces questions de réduction en famille. Ils ont ainsi donné une version en famille du Singular Value Decomposition Theorem. Ils ont aussi étudié le cas global pour des matrices dont les coefficients sont des fonctions Nash.

- Adam Parusiński, Guillaume Rond, *Multiparameter perturbation theory of matrices and linear operators*, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 373, 4, (2020), 2933–2948.

### 7.7.9 Structures réelles des variétés algébriques complexes munies d'une action de groupe

Lucy Moser-Jauslin et Ronan Terpereau ont étudié et classifié les structures réelles *équivariantes* sur certaines familles de variétés complexes munies d'une action d'un groupe réductif complexe ; en particulier, ils se sont intéressés au cas où le groupe agit sur la variété avec une orbite ouverte (cas *presque homogène*). Ces structures réelles équivariantes correspondent aux formes réelles de la variété considérée, mais munies d'une action d'un groupe réductif réel qui est une forme réelle du groupe réductif complexe qui agit sur la variété de départ. En particulier, ils ont étudié la géométrie de certaines familles de variétés presque homogènes complètes lisses minimales en petite complexité.

- Lucy Moser-Jauslin et Ronan Terpereau, *Real structures on horospherical varieties*, *Michigan Mathematical Journal* (2021), 38p. DOI: 10.1307/mmj/20195793.
- Lucy Moser-Jauslin et Ronan Terpereau, *Real structures on symmetric spaces*, *Proceedings of the AMS*, 149(8):3159–3172, 2021. DOI: 10.1090/proc/15520.

Dans la même veine, Adrien Dubouloz, Pierre-Alexandre Gillard, Alvaro Liendo et Charlie Petitjean ont proposé une classification combinatoire des variétés affines réelles munies d'une action d'un tore réel (pas forcément déployé) basée sur une relecture Galois équivariante d'une description combinatoire due à Altmann-Hausen dans le cas complexe. Plus précisément, Dubouloz, Liendo et Petitjean ont classifié les

$\mathbb{S}^1$ -actions sur les variétés affines réelles, puis ils ont étudié la géométrie de ces variétés et la classification de certains de leurs modèles réels à difféomorphismes birationnels équivariant près, tandis que Gillard a étendu cette classification au cas des actions de tores réels quelconques sur les variétés affines réelles.

- Adrien Dubouloz et Alvaro Liendo, *Normal real affine varieties with circle actions*, Annales de l’Institut Fourier (16 pages, to appear).
- Pierre-Alexandre Gillard, *Real Torus Actions on Real Affine Algebraic Varieties*, preprint arXiv:2105.09663 (22 pages).

### 7.7.10 Invariants des variétés algébriques réelles affines munies de l’action d’un groupe fini

En considérant le quotient géométrique d’un ensemble algébrique réel par l’action d’un groupe fini, Fabien Priziac a construit, pour les variétés algébriques réelles affines munies d’une action algébrique d’un groupe fini, des invariants par rapport aux homéomorphismes équivariants de graphe algébrique. Ces invariants comprennent des invariants additifs à valeurs entières, induits par une filtration par le poids équivariante pour les variétés algébriques réelles affines avec action d’un groupe fini. La construction nécessite de considérer la catégorie, plus large, des ensembles  $\mathcal{AS}$ .

- Fabien Priziac, *Quotients and invariants of  $\mathcal{AS}$ -sets equipped with a finite group action*, Mathematische Annalen 377, pp 1015-1055 (2020).

## 7.8 Méthodes différentielles en théorie des singularités

### 7.8.1 D-modules quantiques, variétés de Frobenius et symétrie miroir

Avec Dennis Eriksson (Göteborg, Suède) et Gerard Freixas (Paris), Christophe Mourougane a étudié les dégénérescences de structures de Hodge pour les familles de variétés de Calabi-Yau, dans l’objectif de la symétrie miroir.

- D. Eriksson, G.Freixas et C.Mourougane *Singularities of metrics on Hodge bundles and their topological invariants* J. Algebraic Geom. 6 742–775 (2018).
- D. Eriksson, G.Freixas et C.Mourougane *BCOV invariants of Calabi–Yau manifolds and degenerations of Hodge structures* Duke. Math. Journal 170 (3) 379 - 454, (2021).

Etienne Mann s’est intéressé aux D-modules quantiques associés à une variété lisse (ou une orbifold) qui est une façon d’encoder les invariants de Gromov-Witten de celle-ci. Avec Thierry Mignon, ils ont donné une présentation des D-modules quantiques associés à des intersections complètes nef dans une variété torique. Avec Thomas Reichelt, ils ont étudié la géométrie  $tt^*$  des D-modules quantiques associé à une orbifold.

Alexis Roquefeuil a travaillé en thèse sur des équations aux q-différences et leur confluence vers des D-modules associé aux espaces projectifs.

David Kern a étudié des aspects de géométrie dérivée associés aux invariants de Gromov-Witten notamment le théorème de Lefschetz quantique.

- Etienne Mann et Thierry Mignon, *Quantum D-modules for toric nef complete intersections*. Int. J. Math. 28, 1750047, 2017

- Etienne Mann et Thomas Reichelt, *Logarithmic degenerations of Landau-Ginzburg models for toric orbifolds and global  $tt^*$  geometry*. Kyoto Journal of Math., to appear
- David Kern, *A categorification of the quantum Lefschetz principle*. Preprint, 2020.
- Alexis Roquefeuil, *The  $q$ -difference equations in the quantum  $K$ -theory of projective spaces*. Preprint, 2017.

### 7.8.2 Singularités irrégulières et théorie de Hodge généralisée

Claude Sabbah a continué de développer la théorie des singularités irrégulières de connexions méromorphes et de  $D$ -modules holonomes. Les principaux résultats ont porté sur la filtration de Stokes attachée à de tels objets, notamment son comportement par transformation de Fourier. Claude Sabbah a aussi développé, avec Luisa Fiorot et Teresa Monteiro Fernandes, la correspondance de Riemann-Hilbert relative sur une base lisse, dans le cas des singularités régulières cependant. En collaboration avec Jeng-Daw Yu, Claude Sabbah a développé la théorie de Hodge irrégulière initiée par Deligne, et en a donné plusieurs applications. Notamment, en collaboration avec Javier Fresán et Jeng-Daw Yu, il a montré comment cette théorie peut être utilisée pour démontrer des propriétés arithmétiques, ici l'équation fonctionnelle pour la fonction  $L$  associée aux moments des sommes de Kloosterman. M. Granger poursuit l'étude des systèmes différentiels GKZ irréguliers en collaboration avec FJ Castro-Jimenez et MC Fernandez-Fernandez. Il s'agit de mettre en relation les solutions intégrales de ces systèmes et les développements asymptotiques de type Gevrey le long d'un hyperplan de coordonnées.

- Hélène Esnault, Claude Sabbah, Jeng-Daw Yu,  *$E1$ -degeneration of the irregular Hodge filtration (with an appendix by Morihiko Saito)*, J. reine angew. Math. 729 (2017), p. 171-227.
- Claude Sabbah, *Irregular Hodge theory, (Chapitre 3 en collaboration avec Jeng-Daw Yu)*, Mémoires de la Société mathématique de France 156 (2018).
- Luisa Fiorot, Teresa Monteiro Fernandes, Claude Sabbah, *Relative regular Riemann-Hilbert correspondence*, Proceedings of the London Mathematical Society 122 (2021), no. 3, p. 434-457
- Claude Sabbah, *Integrable deformations and degenerations of some irregular singularities*, Publ. RIMS Kyoto Univ. 57 (2021), no. 3-4, p. 755-794 (volume en l'honneur de M. Kashiwara).
- Javier Fresán, Claude Sabbah, Jeng-Daw Yu, *Hodge theory of Kloosterman connections*, à paraître dans Duke Mathematical Journal.
- F.J. Castro-Jimenez, Maria-Cruz Fernandez-Fernandez et M. Granger, *Gevrey expansions of hypergeometric integrals II*. A paraître à International Mathematical research notices. Accepté le 10/10/2019.

### 7.8.3 Polynôme de Bernstein-Sato, cycles évanescents, diviseurs libres

Delphine Pol étudie les diviseurs libres, et plus précisément le module des résidus logarithmiques qui leur est associé. Elle met en évidence la relation étroite entre les valuations de ces résidus et l'analogue pour les différentielles de Kähler. Dans le cas des courbes planes c'est aussi un ingrédient clé dans des travaux récents et en cours (Genzmer, Hefez, Hernandez, Rodrigues) sur le problème initié par O. Zariski de la classification analytique des courbes planes. Ensuite, Delphine Pol propose et caractérise une notion de

singularité libre en codimension  $\geq 1$ . Cela l’a amené aussi à travailler sur les arrangements d’hyperplans et de sous espaces et sur des calculs effectifs de semigroupes inspirés de travaux de Félix Delgado.

- Delphine Pol, On the values of logarithmic residues along curves, *Annales de l’Institut Fourier*, 68 no. 2 (2018), p. 725-766, doi: 10.5802/aif.3176
- Delphine Pol, Characterizations of freeness for equidimensional subspaces, *Journal of Singularities*, volume 20 (2020), p. 1-30,
- Delphine Pol, On a generalization of Solomon-Terao formula for subspace arrangements, *Journal of Algebra*, volume 560 (2020), p. 266-295,
- Symmetry of maximals for fractional ideals of curves, arXiv:1802.07901, accepted at *Journal of Commutative Algebra*,

La caractérisation de la liberté pour les arrangements d’hyperplans ou plus particulièrement pour les arrangements de droites est un problème toujours très ouvert depuis qu’il a été posé par Terao dans les années 80. Ce dernier conjecture que la liberté d’un arrangement d’hyperplans ne dépend que de sa combinatoire. Si l’on cherche à prouver un tel énoncé pour les arrangements de droites on est amené à étudier des arrangements ayant la combinatoire d’un libre mais qui ne seraient pas libre. Ces arrangements sont alors ”nearly free” pour reprendre la terminologie introduite par Dimca et Sticlaru. Simone Marchesi et Jean Vallès ont étudié, dans l’article cité ci-dessous, les fasiceaux logarithmiques associés à de tels arrangements en montrant par exemple qu’ils étaient caractérisés par la donnée d’un point du plan.

- Simone Marchesi, Jean Vallès *Nearly free curves and arrangements: a vector bundle point of view*, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* , Volume 170 , Issue 1 , January 2021 , 51–74.

#### 7.8.4 Théorie des singularités en géométrie différentielle

André Belotto da Silva et Ludovic Rifford ont démontré la Conjecture de Sard en géométrie sous-Riemannienne pour les variétés de dimension trois avec une surface de Martinet lisse. Plus tard, en collaboration avec Alessio Figalli et Adam Parusiński, ils ont démontré la version forte de la Conjecture de Sard pour les variétés analytiques de dimension trois. Comme conséquence, ils montrent, sur les mêmes hypothèses, que les géodésiques sous-Riemanniennes sont de classe  $C^1$ . La démonstration utilise des techniques développées pour le problème de Dulac et la géométrie symplectique.

- André Belotto da Silva and Ludovic Rifford, *The Sard conjecture on Martinet surfaces*, *Duke Mathematical Journal*, Volume 167, Number 8 (2018), 1433-1471.
- André Belotto da Silva, Alessio Figalli, Adam Parusinski and Ludovic Rifford, *Strong Sard Conjecture and regularity of singular minimizing geodesics for analytic sub-Riemannian structures in dimension 3*, hal-01889705, 2018.

#### 7.8.5 Théorie algébrique des équations différentielles et singularités

Antoine Douai a en particulier étudié le lien entre la théorie de Hodge des fonctions régulières et la théorie de Ehrhart en combinatoire.



- Antoine Douai, *Ehrhart polynomials of polytopes and spectrum at infinity of Laurent polynomials*, Journal of Algebraic Combinatorics, Volume 54, 2021, p. 719-732.
- Antoine Douai, *Hard Lefschetz properties and distribution of spectra in singularity theory and Ehrhart theory*, Journal of Singularities, Volume 23, 2021, p. 116-126.
- Antoine Douai, *Global spectra, polytopes and stacky invariants*, Mathematische Zeitschrift, Volume 288, 2018, p. 889-913.

## 7.9 Applications

### 7.9.1 Application en Physique

Pavao Mardesic travaille sur des problèmes physiques: monodromie hamiltonienne, holonomie etc en utilisant les méthodes provenant de la théorie des singularités.

Avec les physiciens Dominique Sugny, Leo van Damme et notre étudiante en thèse Gabriela Gutierrez-Guillen, utilisant la connexion de Gauss-Manin nous expliquons le phénomène de la raquette de tennis.

- Mardević, P.; Gutierrez Guillen, G. J.; Van Damme, L.; Sugny, D. Geometric origin of the tennis racket effect. Phys. Rev. Lett. 125 (2020), no. 6, 064301.

### 7.9.2 Application en Combinatoire

Pooneh Afsharijoo et Hussein Mourtada, en utilisant des méthodes d'algèbre différentielle (inspirées par les espaces d'arcs) et des études de bases de Groebner en dimension infinie ont ajouté de nouveaux compagnons aux célèbres identités de Rogers Ramanujan (ce sont des identités qui concernent les partitions des nombres entiers qui ont été retrouvées en probabilité, en théorie des nombres, en mécanique statistique, en théorie des représentations...). En utilisant les mêmes méthodes, Pooneh Afsharijoo a trouvé des compagnons des mêmes identités de formes insoupçonnables et a conjecturé des nouveaux compagnons d'une grande famille d'identités qui généralisent celles de Rogers et Ramanujan, les identités de Gordon, cette identité a été récemment démontré par Pooneh Afsharijoo, Jehanne Dousse, Frédéric Jouhet et Hussein Mourtada.

- P. Afsharijoo, J. Dousse, F. Jouhet, H. Mourtada, *Andrews Gordon identities and Commutative Algebra* (Prépublication 2021, soumis).
- Pooneh Afsharijoo, *Even-odd partition identities of Rogers-Ramanujan type*, The Ramanujan journal, <https://doi.org/10.1007/s11139-021-00470-3>.
- Pooneh Afsharijoo, Hussein Mourtada, *Partition Identities and Application to Infinite Dimensional Groebner Basis and Vice Versa*, Arc Schemes and Singularities, World Scientific Publishing, pp. 145-161 (2020).

### 7.9.3 Application en Robotique

Michel Coste, en collaboration avec Seydou Moussa et Nestor Djintelbe, étudie les singularités des robots parallèles en utilisant des méthodes de géométrie algébrique réelle et de théorie des singularités.

- Michel Coste, Seydou Moussa, *Rationality of the Locus of Singularities of the General Gough–Stewart Platform*, SIAM Journal on Applied Algebra and Geometry, Volume 4, 2020, p. 401-421.
- Michel Coste, Nestor Djintelbe, *Degeneration to infinity may provide information about kinematics*, Advances in Robot Kinematics 2020, Springer, 2020, p. 234-241.
- Nestor Djintelbe, Michel Coste, *Compactification of the group of rigid motions and applications to robotics*, Journal of Pure and Applied Algebra, Volume 225, 2021, 106604 15p.

## A Laboratoires et Membres

Il y a 119 membres répartis en 22 noeuds. Voici la liste des membres permanents. Une liste de diffusion 184 membres

### 1. Université d’Aix-Marseille

- Brasselet Jean-Paul
- Bouchareb Naoufal (doctorant)
- Cherk Yenni (doctorant)
- Lê Dung Trang
- Mangolte Frédéric
- Murolo Claudio
- Pichon Anne
- Plénat Camille
- Rond Guillaume (coordinateur)
- Trotman David

### 2. Université d’Angers

- Assi Abdallah
- Bernard François (doctorant)
- Campesato Jean-Baptiste (coordinateur)
- Chailleux Thibault (doctorant)
- Delabaere Eric
- Dutertre Nicolas
- El Amrani Mohamed
- Granger Michel
- Mann Etienne
- Monnier Jean-Philippe
- Naie Daniel
- Schaub Daniel

- Supersac Axel (doctorant)

### 3. **Université de Bordeaux**

- Cassou-Noguès Pierrette
- Hénaut Alain
- Hickel Michel
- Maaref Faycal
- Matusinski Mickael (coordinateur)
- Yger Alain

### 4. **Université de Bourgogne**

- Dubouloz Adrien
- Gillard Pierre-Alexandre (doctorant)
- Lemarié-Rieusset Clémentine (doctorante)
- Moser-Jaulin Lucy
- Mardesic Pavao
- Rolin Jean-Philippe (coordinateur)
- Terpereau Ronan
- Gabriela Gutierrez Guillen (doctorante)

### 5. **Université de Bretagne Occidentale**

- Huisman Johannes (coordinateur)

### 6. **Université Bretagne Sud**

- Priziac Fabien (coordinateur)

### 7. **Université Claude Bernard Lyon**

- Bahloul Rouchdi

### 8. **Université Côte d'Azur (ancienne Université de Nice)**

- Douai Antoine
- Dimca Alexandru
- Galligo André
- Kostov Vladimir
- Lemahieu Ann
- Maisonobe Philippe
- Oudrane M'hammed (doctorant)
- Parusiński Adam (coordinateur)

9. **Université Grenoble Alpes**
  - Gonzalez-Sprinberg Gérard
  - Maugendre Hélène (coordinateur)
  - Morales Marcel
10. **Université La Rochelle**
  - Bailly-Maitre Gilles (coordinateur)
11. **Université de Lille**
  - Aceto Paolo (post-doctorant)
  - Bodin Arnaud
  - Cluckers Raf
  - Popescu-Pampu (coordinateur)
  - Portilla Pablo (post-doctorant)
  - Thilliez Vincent
  - Tibar Mihai
  - Gabriel Esteban Perico Monsalve (doctorant)
12. **Université de Nancy**
  - Barlet Daniel (coordinateur)
  - Kaddar Mohammed
13. **Sorbonne Université et Université de Paris**
  - Afsharijoo Pooneh
  - Belotto da Silva André
  - Bengus-Lasnier Andrei
  - Chaperon Marc
  - Mourtada Hussein (coordinateur)
  - Loeser François
  - Mohsen Zahraa (doctorante)
  - Orgozogo Fabrice
  - Robalo Marco
  - Ruggiero Matteo
  - Salem Eliane
  - Servi Tamara
  - Teissier Bernard
  - Teyssier Jean-Baptiste

- Zhu, Wenhao (doctorant)
14. **LAMA, Université Paris-Est Créteil**
- Ville Marina (coordinateur)
15. **Université de Pau et des Pays de l'Adour**
- Florens Vincent
  - Manouras Manos (doctorant)
  - Rodau Adrien (doctorant)
  - Vallès Jean (coordinateur)
16. **Ecole Polytechnique**
- Fantini Lorenzo (coordinateur)
  - Favre Charles
  - Sabbah Claude
17. **Université de Poitiers**
- Szpirglas Aviva (coordinateur)
18. **Université de Rennes**
- Bekka Karim
  - Bourqui David
  - Claudon Benoît
  - Coste Michel
  - Fichou Goulwen (coordinateur)
  - Herreman Alain
  - Ivorra Florian
  - Le Dréan Yann (doctorant)
  - Liu Zhining (doctorant)
  - Mourougane Christophe
  - Roy Marie-Françoise
  - Sebag Julien
19. **Université Savoie Mont Blanc**
- Bihan Frédéric
  - Comte Georges
  - Kurdyka Krzysztof
  - Le Gal Olivier

- Orro Patrice
- Raibaut Michel (coordinateur)
- Simon Stéphane
- Tavenas Sébastien
- Verger-Gaugry Jean-Louis

20. **Université de Strasbourg**

- Blanlœil Vincent (coordinateur)
- Heu Victoria

21. **Université Paul Sabatier Toulouse**

- Michel Françoise
- Spivakovsky Mark (coordinateur)
- Toën Bertrand
- Vaquié Michel
- Decaup Julie (doctorante jusqu'en 2018, actuellement postdoc à Lyon)
- Hernández Gómez Jordi (doctorant)

22. **Université de Versailles**

- Cossart Vincent (coordinateur)
- Lejeune-Jalabert Monique
- Moreno-Socias Guillermo
- Piltant Olivier